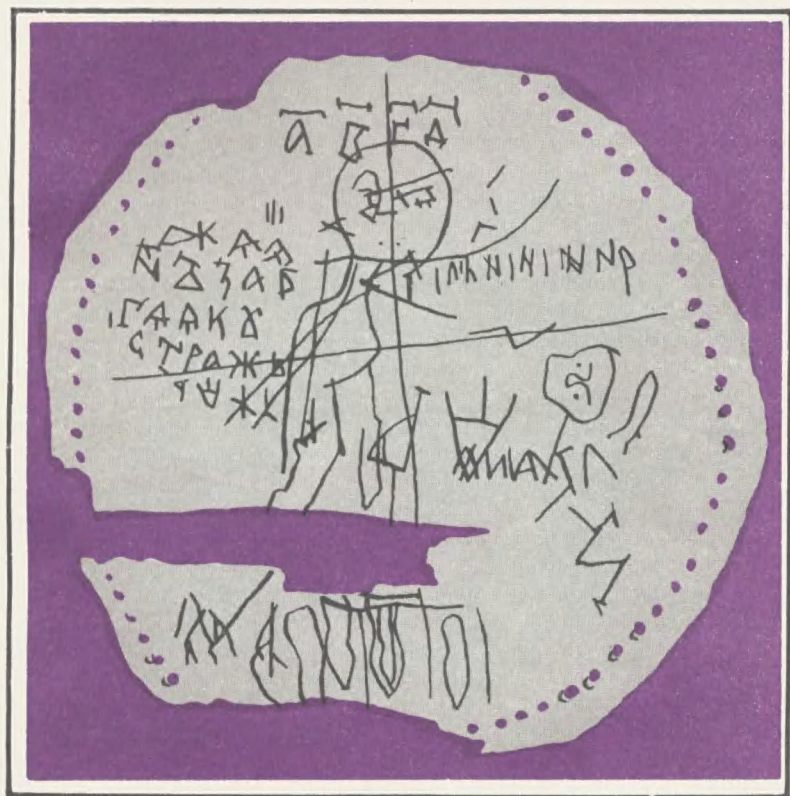


Р. А. СИМОНОВ

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МЫСЛЬ ДРЕВНЕЙ РУСИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО НАУКА

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
Серия «История науки и техники»

Р. А. СИМОНОВ

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ  
МЫСЛЬ  
ДРЕВНЕЙ РУСИ**



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

Москва 1977

В книге рассказывается, какими были и какую играли роль в жизни человека XI—XIII вв. древнерусская цифровая система и вычислительные операции. Математическая мысль Древней Руси увязана с такой важной исторической проблемой, как происхождение древнерусской письменности.



Scan AAW

Какие математические знания применялись в Древней Руси? Какую форму имели средневековые проявления «бытовой математики»? Как изменялся объем и характер математических навыков древнерусского человека в зависимости от социального положения?

Вопросы эти не праздные. Использование элементов математических знаний современным человеком, независимо от его образования, рода деятельности и общественного положения, достаточно велико. В наше время цифровые обозначения встречаются на каждом шагу. Мы к этому привыкли. А как обстояло дело с математикой в X—XI вв.?

Если мы будем знать о математике в быту древнерусского человека, то сможем вернее судить о торговле, финансовой системе, уровне ремесленного производства, строительного и военного дела и других сторонах жизни той эпохи. Поэтому-то вопросы, поставленные в начале книги, актуальны для изучения исторического прошлого.

Как одевались люди на Руси? Что они ели и пили? Каким у них был семейный уклад? Что они читали? Как развлекались? Данные об этом можно найти, перелистывая старинные фолианты. В поисках сведений о древнерусской математике обратимся и мы к литературным источникам. Интерес представляет сравнительно позднее произведение «Стоглав» — сборник церковных постановлений 1551 г. В нем говорится, что в древнерусской школе учили «грамоте, и писати, и пети, и чести». Последнее слово исследователи истолковывают по-разному: «читать» [1]<sup>1</sup> и «считать» [2]. В «Стоглаве» сообщается о состоянии школьного дела. Однако неясно, можно ли относить

---

<sup>1</sup> Здесь и далее в квадратных скобках указан номер в списке литературы, помещенном в конце книги.

эти сведения к X—XI вв., если согласиться, что там говорится о счете.

В сохранившихся литературных произведениях, памятниках материальной культуры, прикладного искусства и архитектуры определенное отражение получили математические представления людей, которые создавали эти произведения.

Польский историк В. А. Мацевский одним из первых затронул вопрос о месте математических знаний у славян. Он указал на песню XIII или XIV в., в которой сохранилось предание об арифметике и геометрии, наряду с остальными предметами «учения о семи свободных мудростях», преподававшихся в средневековых школах [3]. Эти «семь мудростей», или «искусств», следующие: грамматика, диалектика, риторика, музыка, арифметика, геометрия, астрономия. Д. Л. Мордовцев допустил возможность обучения математическим предметам в древнерусских школах в связи с учением о семи свободных искусствах, основываясь на источниках XVII в. [4]. В. В. Бобынин пришел к отрицательному выводу на этот счет применительно ко времени до XVI в. [5].

Важные результаты о самом характере математических интересов в Древней Руси были получены советским ученым В. П. Зубовым. Он установил, что в древнерусских рукописях, начиная с XI в., представлено понимание основ математики в духе Аристотеля (384—322 гг. до н. э.) — выдающегося мыслителя Античной Греции [6].

В подходе к математике у Аристотеля проявлялось предвосхищение отдельных черт диалектического материализма, правда, как отмечал В. И. Ленин в «Философских тетрадах», в случайной, неразвитой форме [7, с. 328].

В. И. Ленину нравилось, что Аристотель материалистически, хотя недостаточно последовательно, разрабатывал трудный вопрос о характере математического знания. Так, по поводу одного места в кн. 18, гл. 2, § 23 Аристотелевой «Метафизики» В. И. Ленин написал: «Наивное выражение „трудностей“ насчет „философии математики“ (говоря по современному)...» Затем он вернулся к затронутому вопросу, сделав важный вывод: «*Книга 13, глава 3 разрешает эти трудности превосходно, отчетливо, ясно, материалистически* (математика и другие науки абстрагируют одну из сторон тела, явления, жизни). Но

автор не *выдерживает* последовательно этой точки зрения» [7, с. 330].

Можно полагать, что на математику Древней Руси благотворное влияние оказывала античная наука. Это — важный факт, свидетельствующий о развитии древнерусской математической мысли на здоровой основе. При этом надо иметь в виду, что достижения античных научных школ не утратили своего значения и для современной науки. Как справедливо замечал Ф. Энгельс в «Анти-Дюринге», «теоретическое естествознание, если оно хочет проследить историю возникновения и развития своих теперешних общих положений, вынуждено возвращаться к грекам» [8].

В настоящее время «бытовая математика» связана главным образом с основами арифметики (нумерацией, элементарными вычислениями). Так ли обстояло дело в средневековый период?

Интересную классификацию математических наук в общей системе наук разработал средневековый ученый ал-Фараби (870—950). На его воззрения оказывали влияние идеи Аристотеля. Ал-Фараби на первое место ставил арифметику, за ней — геометрию, далее у него идут оптика, наука о звездах, наука о музыке, наука о предметах, имеющих вес (механика), и наука «об искусных приемах». Последняя — наука о способах создания искусственных тел на основе теоретического знания, включая архитектуру [9]. Ал-Фараби объяснял, что расположил науки так, «чтобы помочь уяснению того, с чего начать изучение наук и как построить это изучение более естественным и разумным образом» [10].

Любопытно выяснить, как выглядит средневековая система математических знаний (с арифметикой на первом месте) с точки зрения современной иерархии шкал измерения. Оказывается, что только после освоения счета человек оказался способным приступить к «построению пропорциональных шкал для измерения длин, объемов, весов и т. д.» [11]. Выходит, что не случайно ал-Фараби в начале математического познания поставил арифметику, т. е. учение о числе и вычислительных операциях, а затем — геометрию и др. Тем же путем шло историческое развитие математической мысли: «На ранних этапах развития математики наглядность и утилитарность должны были являться существенными стимулами и одновременно

селектирующими фильтрами по отношению к разработке тех или иных направлений в математике... С этой точки зрения, арифметика натуральных чисел, являясь самой простой жесткой и, тем не менее, весьма эффективной моделью определенных отношений между множествами объектов действительности, оказалась самой доступной и перспективной базой развития математики» [11, с. 12].

Видимо, можно не сомневаться, что в быту средневекового человека на первом месте среди математических представлений находились числовые обозначения и счет. Они служили базой формирования математических идей, связанных с измерениями длин, объемов и пр. (геометрические представления). Такое заключение соответствует нашему повседневному опыту, историческому развитию математической мысли, осмыслению этого процесса передовой наукой, начиная с античной древности и средневековья и кончая нашими днями.

Таким образом, наиболее правильным будет начинать изучение математических представлений, которые сопутствовали каждодневной деятельности древнерусских людей, с арифметики, а не с других математических дисциплин средневековья (геометрии, архитектурной математики и пр.).

Арифметические представления (о нумерации, вычислительных операциях) в той или иной степени отразились в сохранившихся памятниках письменной и материальной культуры. Критерием для отбора может служить наличие в тексте определенных числовых характеристик. Числовые записи встречаются в тексте рукописей, различных приписках, в виде единичных цифровых пометок, не связанных с текстом, а также в надписях на камнях, стенах сооружений, на ремесленных изделиях и предметах художественного творчества, включая произведения штемпельной техники, например печати. Значительно расширился круг источников об использовании арифметических представлений в быту человека Древней Руси благодаря открытию берестяных грамот. Тесно связаны с арифметическими представлениями деньги. Анализ особенностей денежной системы может дать интересный материал об употреблявшейся в соответствующее время вычислительной практике. Недаром ведь говорят: «Деньги счет любят».

Древнерусских письменных документов (подлинников) от XI—XIII вв. дошло сравнительно мало, но чем ближе к нашему времени, тем старинных книг и надписей на каждый век приходится больше. Денежная система на Руси не оставалась неизменной на протяжении всего средневековья. Кроме того, она варьировалась в зависимости от территории.

Эти факторы обуславливают необходимость выбора конкретного периода для исследования средневековых форм арифметических представлений на Руси. Наиболее интересной с точки зрения формирования системы числовых обозначений и вычислительных навыков в Древней Руси является древнейшая пора. Поэтому изложение в настоящей работе ограничивается периодом, предшествующим татаро-монгольскому нашествию 1236—1240 гг.

Отсутствие каких-либо надежных литературных свидетельств о месте математических знаний и их проявлении в быту на Руси в X—XIII вв. оставляет единственный путь исследователю — их реконструкцию. Источники, по которым такая реконструкция может производиться, содержат нужную информацию в «переработанном» виде. Это диктует необходимость применения «тонких» методов научного анализа источников, основанных на приведении в систему ряда косвенных данных. Важную часть такого анализа составляет доказательство того, что имеющиеся данные образуют цепь фактов, достаточную для построения той или иной гипотезы.

В последнее время все увеличивается интерес не только к результатам научного исследования, но и к методам, которыми эти результаты получены. Автор стремился удовлетворить взыскательного читателя, раскрывая, по возможности подробно, существо применяемого анализа источников.

В изучении истории математики Древней Руси сделано много. Кроме названных выше исследователей, значительная заслуга в этом принадлежит советским ученым Б. В. Гнеденко и особенно А. П. Юшкевичу.

В наиболее обстоятельных монографиях по истории русской математики древний период справедливо рассматривается как почва и основа дальнейшего развития математической мысли. Но при этом неизбежно авторами в первую очередь обращалось внимание на те стороны средневековых математических знаний, которые разви-



вались дальше. Для воссоздания средневекового облика нужно учитывать и «отмершие» элементы математической культуры, тогда суждения о древнерусских математических представлениях станут полнее и точнее [12].

Начало специального изучения средневекового облика древнерусских знаний по математике связано с исследованием И. Г. Спасским истории вычислительного инструмента — счетов [13]. Эта важная работа по характеру используемых источников касается XVI—XVII и последующих веков. Академик Б. А. Рыбаков предложил интересную интерпретацию данным о возможном геометрическом средстве древнерусских зодчих («вавилоне»). Это исследование относится к воссозданию облика средневековой архитектурной математики [14]. М. П. Сотникова открыла неизвестную ранее форму записи чисел на серебряных платежных слитках (гривнах). Исследовательница поставила вопрос о существовании особой «практической арифметики», которую применяли в Древней Руси для расчета сырья при выплавке гривен [15].

Наименее разработанной областью остаются древнерусские арифметические представления X—XIII вв. в их средневековом облике. Ценные результаты, полученные учеными, либо относятся к более позднему времени (И. Г. Спасский), либо касаются геометрических знаний (Б. А. Рыбаков), либо относятся к особой категории арифметических умений (М. П. Сотникова). Целью настоящей работы является в какой-то мере восполнение существующего пробела в изучении средневекового облика арифметики домонгольской Руси.

## ДРЕВНЕРУССКИЕ ЦИФРЫ

§ 1. В 1923 г. историк математики М. Н. Марчевский писал: «У нас в России до введения христианства цифр не было никаких. Только знакомство с греками, сношения с Византией после принятия христианства и перевод священных книг на славянский язык имели своим последствием появление церковно-славянской буквенной нумерации, представляющей подражание греческой системе нумерации в алфавитном порядке» [1].

Прошло свыше полувека после работы М. Н. Марчевского. Наука накопила новые факты. Она обогатилась методами научного анализа. Мнение об отсутствии цифр на Руси до принятия христианства до сих пор не имеет обоснования. Оказывается, что противоположная точка зрения — о знакомстве с цифровой символикой в дохристианской Руси — более согласуется с имеющимися данными.

Могут возразить: неясен вопрос о степени развитости фонетической письменности на Руси в языческую пору. Правомерно ли говорить о наличии «цифрового языка» на Руси, прежде чем здесь появилась литература на славянском языке?

И тем не менее постановка такого вопроса в утвердительном значении допустима. О принципиальной возможности употребления цифр прежде появления фонетического письма писал Джон Бернал: «...письменность, это величайшее изобретение руки и ума человека, постепенно возникла из счета» [2]. Это положение недавно получило новое подтверждение при изучении протошумерских текстов рубежа IV—III тысячелетий до н. э. советским историком А. А. Вайманом. Он пришел к выводу о возможности первоначального изобретения цифр, а лишь затем — других знаков. Особенности протошумерского способа выражения числа и меры позволяют говорить о су-

ществовании чисто цифрового этапа в развитии протошумерской письменности, — утверждает ученый, — когда документы хозяйственной отчетности состояли из одних числовых и метрологических записей, сопровождавшихся лишь оттисками цилиндрических печатей. Можно предположить, что первоначально были изобретены цифры и лишь некоторое время спустя — другие знаки» [3].

Какой могла быть форма употребления на Руси «цифрового языка» в период, для которого неясно само существование фонетической письменности?

Стадиально-сравнительный подход позволяет ответить на этот вопрос. Сущность подхода заключается в сопоставлении общественных институтов и явлений культуры у народов, находящихся примерно на одинаковой стадии социального развития, но разъединенных во времени и пространстве. Такого рода сравнительно-историческое исследование синхростадиальных состояний государственных структур проводится советскими учеными [4].

В нашем случае целесообразно обратиться к истории нумерационных представлений в Первом Болгарском царстве (государстве), возникшем в конце VII в. в Подунавье. Здесь официальным был греческий язык. Вплоть до начала X в. делались соответствующие надписи на камнях. Условимся сохранившиеся подлинники называть греко-болгарскими.

Таблица 1

Реконструкция цифровой системы по греко-болгарским надписям VIII—IX вв.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Единицы	Α	Β	Γ	Δ	Ε	Σ	Ζ	Η	Θ
Десятки	Ι	Κ	Λ	Μ	Ν	Ξ	Ο	Π	Ψ
Сотни	Ρ	Σ	Τ	Υ	Φ	Χ	Ψ	∞	Λ

Если свести воедино имеющиеся в этих источниках цифровые данные, то можно сделать следующий вывод (см. табл. 1). Употреблявшиеся в этих надписях цифры соответствуют греческой алфавитной цифровой системе,

распространенной в то время не только в Византии, но и в других странах. Условимся такие цифры называть «византийскими».


Что собой представляла византийская цифровая система? В ее основе лежат знаки греческого 24-буквенного алфавита. Они были дополнены тремя цифровыми знаками 6, 90 и 900. Вместе эти три знака называют «эписемами». Каждая из эписем известна в нескольких начертаниях, в зависимости от времени написания, письменного материала и местных традиций. Младшая эписема в средневековых текстах (византийская шестерка) часто выглядит наподобие латинской буквы «эс» (S), такую же примерно форму имел вариант греческой буквы, которую ставили только в конце слова, — «конечная сигма». Средняя эписема, обозначавшая 90, встречается в различных вариантах, именующихся общим словом «коппа». Старшая эписема (900) также известна в нескольких начертаниях, объединенных названием «сампи».

24 греческие буквы вместе с эписемами образовывали 27-знаковую цифровую систему, которую в литературе часто именуют «алфавитной», или «буквенной». Такое название для средневековья является условным, так как три входящих в нее цифры (эписемы) тогда не являлись буквами. Но в историческом смысле эту систему можно называть «алфавитной», или «буквенной», с учетом возможности буквенного происхождения эписем.

Византийские цифры делились на три группы по девять знаков в каждой. Одна группа выражала единицы, вторая — десятки, третья — сотни. В такой системе можно было обозначать числа от 1 до 999. Числа записывались слева от старшего разряда к младшему. Например, число 427 выражалось знаками  $\Upsilon K Z$ . Здесь  $\Upsilon=400$ ,  $K=20$ ,  $Z=7$ . Если нужно было выразить число порядка нескольких тысяч, то перед разрядом сотен располагали соответствующую цифру единиц. Например, число 6427 записывалось  $S\Upsilon K Z$ . Здесь S — шестерка (младшая эписема). Цифре на месте разряда тысяч обычно придавался элемент в виде наклонной черты — «тысячный знак». В таком случае указанное выше число будет выглядеть как  $\zeta \Upsilon K Z$ . Чтобы числовую запись не спутать с буквенной, она выделялась в тексте точками с обеих сторон (по две или по три), одной горизонтальной линией сверху или несколькими.

Как было сказано, в греко-болгарских надписях употреблялась византийская нумерация. Опираясь на приведенные сведения о ней, можно разобраться в этом факте по существу.

Числовые записи, содержащиеся в греко-болгарских надписях на камнях, полностью «укладываются» в структуру византийской нумерации [5]. Обратное не осуществляется, так как среди встречающихся в надписях чисел не представлены некоторые цифры. А именно: знаки 200, 600, 700 и 900. Известно, что первые три цифры передавались в византийской нумерации греческими буквами «сигма», «хи» и «пси». Поэтому с большой долей вероятности можно реконструировать отсутствующие начертания, взяв за основу соответствующие буквы, встречающиеся в греко-болгарских надписях.

Сложнее обстоит дело со знаком 900, поскольку старшая эписема в качестве буквы не употреблялась. Начертания ее варьировались в греческой цифровой практике. В какой же форме могла быть известна «сампи» (900) в Первом Болгарском царстве? «Сампи» стреловидной формы  встречается в нерасшифрованной болгарской надписи, где этим знаком обозначалось либо 900, либо зашифровывалась какая-то другая цифра или буква. Поэтому включение в состав византийской цифровой системы знака «сампи» стреловидной формы является менее закономерным, чем реконструкция облика трех других цифр.

Какое значение имеет употребление в греко-болгарских надписях византийской нумерации? Чтобы владеть византийской цифровой системой, недостаточно знать только греческий алфавит. Кроме 24 букв, необходимо располагать сведениями об эписемах. Механическое дополнение трех знаков к греческому алфавиту ничего не дает, так как они не идут подряд, а «разбросаны» среди букв. Чтобы знать, в каком числовом качестве употребляется та или иная греческая буква, нужно учитывать этот «разброс». Данные об эписемах и их положении среди букв греческого алфавита составляют особую категорию сведений, которые познавались в процессе овладения греческой грамотой. Но они имеют независимый от нее характер, составляя часть представлений о нумерации. Помимо отмеченных сведений, эти представления охватывали правила записи чисел с помощью византийских цифр и способы их выделения в контексте.

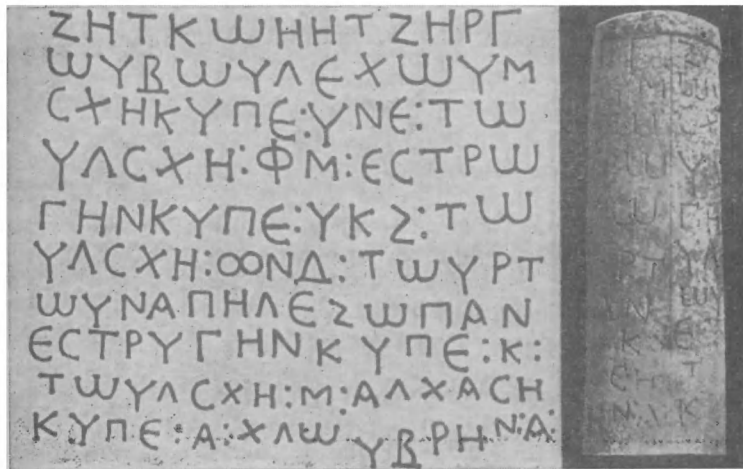


Рис. 1. Протоболгарская надпись греческими буквами на каменной колонне IX в. из г. Преслава. Числа выделены двоеточиями

Греко-болгарские надписи позволяют установить, в каком направлении могло идти отделение (обособление) нумерационных представлений от греческой грамоты. Среди этих памятников есть тексты, написанные греческими буквами на протоболгарском (тюркском) языке. Здесь употребляется византийская нумерация. Так, в приводящейся на снимке (рис. 1) протоболгарской надписи IX в. содержатся числа 455, 540, 427, 854, 20, 40, 1 (дважды), обозначающие количества различных видов военного снаряжения.

Протоболгарские надписи на тюркском языке характеризуют развитие письменной культуры в Болгарии, когда от использования иноземного языка, каким был греческий, переходили к приспособлению греческих букв к записи своей речи.

В таких письменных опытах греческая грамматика, лексика отходили на задний план или переставали иметь значение. Навыки же в записи византийских цифр сохранялись. Нумерационная система в случае протоболгарских надписей как бы порывает связь с греческой грамотой, начиная жить «самостоятельной жизнью».

В славяно-болгарском государстве основную массу населения составляли славяне. В то время (или раньше), от

которого сохранились протоболгарские надписи на тюркском языке греческими буквами, аналогичные попытки, по-видимому, существовали и в записи славянской речи. Об этом свидетельствует болгарский писатель конца IX—начала X в. Черноризец Храбр в «Сказании о письменах» [6]. Он сообщал, что, будучи язычниками, славяне употребляли знаки типа «черт и резов». По-видимому, это были простейшие идеограммы; отдельные из них могли иметь числовое назначение. Черноризец Храбр писал, что, крестившись, славяне много лет записывали свою речь «римскими и греческими» буквами «без устроения». Пример записи речи греческими буквами «без устроения» дают протоболгарские (тюркские) надписи. Существовавшие аналогичные болгарские надписи на славянском языке не сохранились или еще не обнаружены. Член-корреспондент Болгарской академии наук К. Мирчев считает абсолютно неприемлемым допущение, что первоначальные опыты в передаче славянской речи греческими буквами были совершеннее опытов передачи с помощью этой азбуки языка болгар-тюрков [7].

Нельзя отрицать, что у славян могло формироваться представление о византийских цифрах как письменной системе специфического (нумерационного) характера в связи с возможными опытами передачи своей речи греческими буквами, наподобие попыток болгар-тюрков.

Письменные источники повествуют о том, что около 863 г. Кирилл-Константин Философ совместно со своим братом Мефодием создали «устроенное» славянское письмо. По-видимому, им была глаголица. Указанные просветители, родом из Болгарии, предназначали новую письменность для принявшего христианство славянского княжества Моравии, которое находилось на территории современной Чехословакии. В самой Болгарии христианства еще не было, оно там было введено около 865 г. Официальный греческий язык после этого стал и церковным. На нем велась церковная служба по греческим книгам.

После смерти Мефодия (885 г.) славянское богослужение в Моравии было запрещено (Кирилл-Константин умер раньше, в 869 г.). Последователи славянских первоучителей нашли приют в Болгарии. Не прошло и десятка лет, как в 893—894 гг. в Первом Болгарском царстве произошло событие большого политического и культурного

значения: в качестве официального и церковного языка был объявлен славянский. Использувавшаяся в богослужении греческая литература заменялась славянской [8].

Подлинники славянских книг от указанного времени не сохранились. Существование болгарской литературы на славянском языке в конце IX в. как будто подтверждается фрагментом глаголического текста на стене старинной церкви в Преславе. Но не все ученые склонны считать его таким древним. Правда, сохранились позднейшие копии книг, которые, по мнению ученых, были написаны на славянском языке в конце IX—начале X в. Вокруг них ведутся споры о виде славянского письма, каким они были первоначально написаны, — глаголице или кириллице. Например, по мнению покойного болгарского академика Ив. Гошева, в конце IX—начале X в. еще не существовало сложившегося письма типа кириллицы. Он считает, что применительно к этому времени можно говорить лишь о «первокириллице», состоявшей из 24 греческих букв, дополненных 14 глаголическими для передачи славянских звуков. Впоследствии эти глаголические буквы приобрели «кириллический» облик. По мнению Ив. Гошева, процесс складывания кириллицы еще полностью не завершился в X в., негреческие буквы сохраняли известную графическую связь со своими глаголическими прообразами [9].

И вот что любопытно. Славянские источники конца IX—начала X в., которые вызывают сомнение по виду письма, имеют общность в нумерационном отношении. Так, в надписях, которые Ив. Гошев относит к «первокириллическим», а также в Доксовой приписке, сделанной в начале X в. (сохранившейся в позднейших списках), употреблялась византийская нумерация [10].

От X—начала XI в. дошло до нашего времени несколько болгарских каменных надписей на славянском языке, выполненных кириллицей (рис. 2). Как указывалось, по мнению Ив. Гошева, в них сохраняются следы «первокириллицы». Встречающиеся в этих текстах числа записаны в византийской нумерации. Причем она здесь имеет особенности, которые могли возникнуть на болгарской почве [11]. Это новый вариант младшей эписемы, наподобие скорописного «гэ», и инверсия в записи чисел второго десятка  $\alpha\text{I}$ ,  $\text{B}\text{I}$ , ... (по сравнению с типичным византийским порядком:  $\text{I}\alpha$ ,  $\text{I}\text{B}$ , ...).



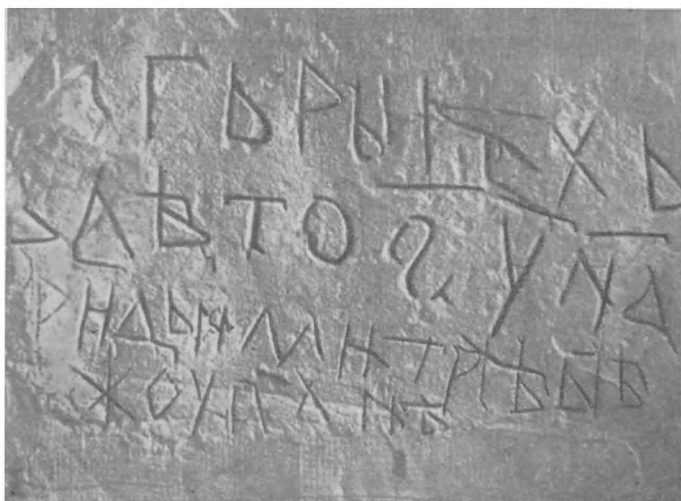


Рис. 2. Добруджанская надпись 943 г. Дата вычисляется по содержащемуся в ней числу 6451, так как  $6451 - 5508 = 943$

Таким образом, выделение византийских нумерационных представлений из состава греческой грамоты, начавшееся в опытах записи родной речи греческими буквами, завершилось их полным обособлением от греческой основы. Старославянское письмо X—XI вв. типа кириллицы использует в качестве цифровой системы византийскую нумерацию, которая долгое время перед этим употреблялась в Первом Болгарском царстве. Функционирование этой нумерации в новой среде — внутри славянского фонетического письма — кириллицы, привело к определенным изменениям, которые были указаны выше.

Христианство на Руси в качестве государственной религии было принято около 988 г., т. е. спустя почти столетие с четвертью после Болгарии. С определенной долей вероятности, по-видимому, можно сравнивать отдельные аспекты состояния культуры предхристианской и начала христианской поры в Первом Болгарском царстве (середина IX—начало X в.) и Руси (X—начало XI в.).

Наука располагает определенной суммой данных, которые можно истолковать как подтверждающие мысль об употреблении на Руси в дохристианский период визан-

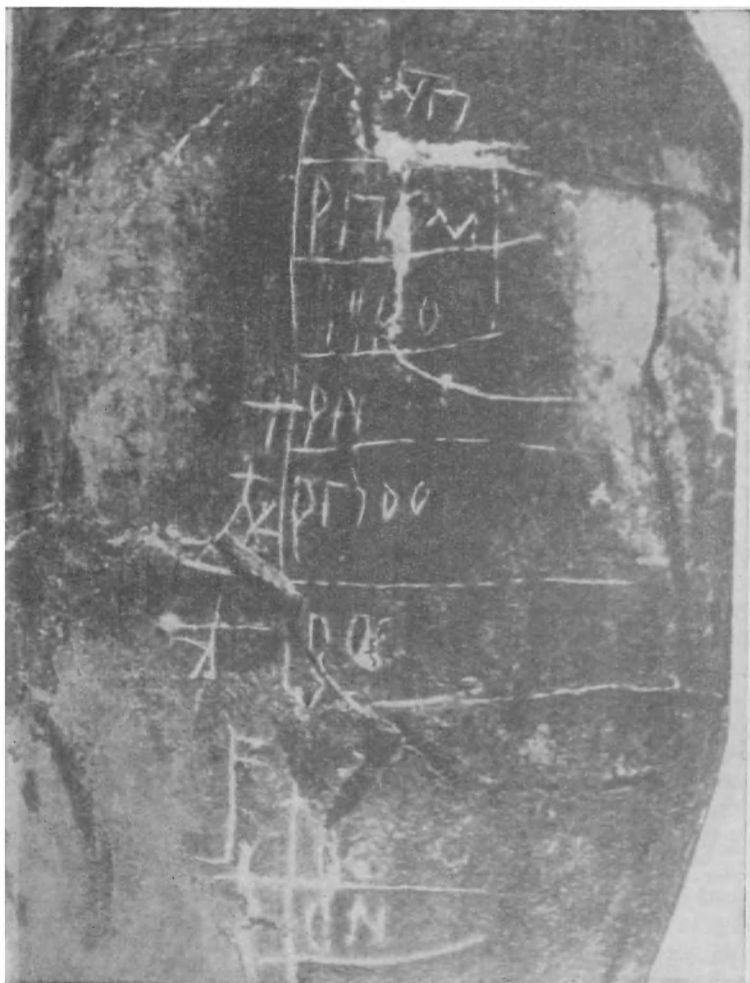


Рис. 3. Числовые «бухгалтерские» записи по разграфленной сетке на купшине X в. из Тмутаракани

тийской нумерации. Такой вывод кажется более основательным, если учитывать как обстояло дело в этом вопросе в Болгарии на примерно аналогичной стадии развития культуры.

Каковы конкретные данные о письменных опытах на Руси в дохристианский период, которые можно связать с употреблением византийской нумерации?

Разыскание и правильная расшифровка подобных надписей на территории нашей Родины очень непростое дело. Это, например, показывают «бухгалтерские» записи X в. по разграфленной сетке на Тмутаракани (рис. 3) и Саркела — Белой Вежи (рис. 4). Разгадал таинственный «бухгалтерский документ» на кувшине X в. из Тмутаракани академик Б. А. Рыбаков [12]. На тулове этого кувшина были прочерчены острым предметом графы, в которые заносились цифровые данные, помеченные, как правило, определенными знаками, указывающими, по-видимому, на лиц или какие-то товары. На кувшине из Тмутаракани содержится около 40 в основном трехзначных чисел, которые начинаются со ста или двухсот; почти все числа округлены до десятков. Эти числа выражены в византийской нумерации.

Если сравнить фрагмент из Саркала — Белой Вежи с этим источником, то легко убедиться в их тождественности. И там и здесь сосуд размечен пересекающимися линиями, и там и здесь в графах записаны числа в византийской нумерации, и там и здесь числа помечены условными знаками и буквосочетаниями. Числа на Беловежском черепке идут в таком порядке (сверху вниз): 170, 160, 140 и, возможно, 180; нижняя часть последнего числа не сохранилась. Все числа начинаются с сотен и округлены до десятков, что еще больше сближает оба документа.

Разгадка числовых записей из Тмутаракани и Саркала — Белой Вежи ставит новые сложные вопросы.

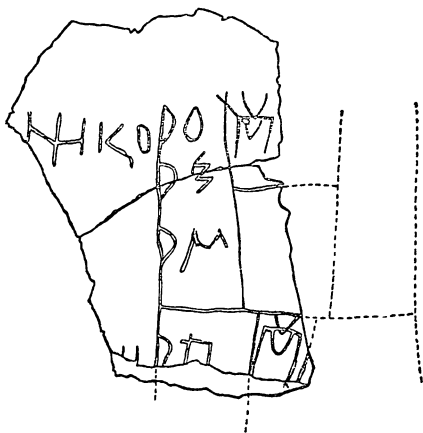
1) Случайно ли существование однотипных «бухгалтерских документов» в двух географических точках, судьба которых во многом обща, как русских форпостов культурного и политического движения, оторванных от основного массива русских земель?

2) Какое значение имели такие документы в жизни юга России в X в.?

3) Кому принадлежали эти «бухгалтерские» записи на кувшинах?

Возникновение Тмутараканского княжества и появление древнерусского поселения в Белой Веже связано с походом Святослава в Хазарию. Во второй половине X в.

Рис. 4. Фрагмент «бухгалтерского» документа на керамике X в. из Саркела — Белой Вежи



киевский князь Святослав нанес сокрушительный удар хазарам; тогда же им был взят Саркел (что значит по-хазарски «белый дом»), который был заселен восточными славянами и стал называться Белой Вежей (слово «вежа» означает по-древнерусски палатка, кибитка, башня). Город располагался на левом берегу Дона, теперь это место затоплено водами Цимлянского водохранилища. В начале XII в. в окружении враждебных кочевников положение беловежцев стало очень тяжелым и они переселились на Русь. С судьбой Белой Вежи сходна история Тмутараканского княжества, которое прекратило свое существование приблизительно тогда же, когда и другой русский опорный пункт.

Сходство исторической судьбы и условий жизни двух русских форпостов в сочетании с фактом отыскания только здесь однотипных математических документов наводит на мысль о принадлежности этих источников одному народу, может быть славянскому. Однако доказать это (или опровергнуть) — задача трудная. Как справедливо отметил Б. А. Рыбаков, «применительно к этой бухгалтерии на кувшине трудно сказать, является ли она русской или греческой, так как цифровые системы одинаковы» [12].

§ 2. Восточные славяне еще до X в. имели тесные контакты с Византией и греческими колониями Крыма и Северного Причерноморья. О возможном знакомстве в X в.

восточных славян с византийской нумерацией говорят письменные источники. Важнейшими из них являются договоры древнерусских князей с греками. Уже в договоре князя Олега (911 г.) употребляется византийская нумерация.

Документ, каким он сохранился в текстах летописей, заканчивался датой 6419 г. (911 г.) с указанием индикта. Косвенным свидетельством подлинности документа является тот факт, что в сохранившихся копиях индикт спутан с неделей. Причем эту путаницу содержат и Лаврентьевская и Ипатьевская летописи. Следовательно, она могла быть допущена при ранней переписке договора и, возможно, имела уже в одной из первых редакций «Повести временных лет» [13].

Цифровой материал содержится и в договорах князей Игоря (944 г.) и Святослава (971 г.). Подлинники документов не сохранились ни на греческом, ни на русском языках. Тексты всех трех договоров X в. были включены в русскую летопись в начале XII в., через этот источник их содержание дошло до нас. Но подлинный первоначальный текст летописи тоже не сохранился. О нем мы судим по позднейшим копиям XIV в. и более позднего времени. Таким образом, от подлинников договоров до сохранившихся текстов, передающих их содержание, прошло несколько столетий. За это время договоры многократно копировались и, возможно, как-то подправлялись. Могли подвергнуться правке и числовые данные.

О степени «надежности» числовых данных в летописных списках договоров русских князей X в. с греками можно было бы судить на основе сравнительного изучения процедуры заключения договоров между Византией и другими странами.

Соответствующее исследование было проведено советским историком С. М. Каптановым [14]. Он пришел к выводу, что тексты договоров 911 и 944 гг. вырабатывались совместно русской и византийской сторонами, каждый в двух юридически равносильных экземплярах, но не полностью текстуально совпадающих. Одним экземпляром каждого договора была грамота от лица русских, а другим — грамота византийского императора (хрисовул). В Византии оставалась грамота русских, а на Руси — хрисовул.

Летописные тексты договоров 911 и 944 гг. восходят не

к хрисовулам, а к копиям, снятым в Константинополе с грамот, которые русские должны были оставлять византийцам. Существовали определенные типы формуляров международных договоров, разработанные в византийской императорской канцелярии. Оба текста 911 и 944 гг. соответствуют каждый своему типу. Составной частью формуляра обоих типов является указание даты в летосчислении «от сотворения мира».

Таким образом, дипломатические сношения с Византией диктовали необходимость хотя бы пассивного владения хронологическими навыками. По-видимому, княжеской канцелярии было доступно понимание византийской хронологии, но остается открытым вопрос об ее активном применении для своих нужд. В наше время в процессе дипломатических и других контактов приходится сталкиваться с датировками документов в специфических летоисчислениях. Например, в мусульманских странах употребителен календарь, в котором год короче астрономического (лунная хиджра). В нашей стране есть специалисты, которые разбираются в особенностях мусульманского календаря. Но у нас активно применяется не хиджра, а другой календарь (григорианский). На этот пример можно сослаться, чтобы стала яснее следующая мысль. Если на Руси X в. для определенных работников княжеской канцелярии не вызывало затруднений византийское летосчисление, это не значит, что этим решается проблема официального использования греческого календаря в стране.

Договор, заключенный в 971 г. между византийцами и Святославом, интересен тем, что он как будто бы говорит в пользу более активного владения на Руси летосчислением «от сотворения мира». С. М. Каптанов следующим образом воссоздал порядок заключения этого договора. Экземпляр, эквивалентный хрисовулу, был сделан не в Константинополе, а в военном лагере Святослава на территории Болгарии. Составителем текста был полномочный представитель византийского императора. Затем в императорскую ставку приехали русские послы, но у них не было с собой ответного текста. Тогда император приказал записать их устное заявление. В основе летописного текста договора 971 г., как считает С. М. Каптанов, очевидно, лежит копия, снятая с этой греческой записи.

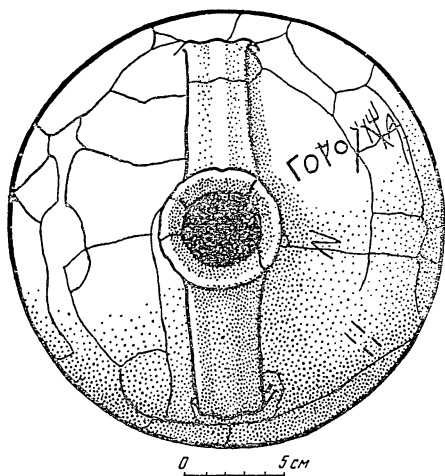


Рис. 5. Древнерусская надпись X в. на кочаге из Гнездова. Ниже — знак N, возможно означающий число 50

С. М. Каштанов выделяет в заголовке летописной статьи начало текста устного заявления русских послов, записанного греками: «Вторая половина заголовка грамоты 971 г. («И ко Иоану... в лето 6479») относится не к экземпляру, составленному в лагере Святослава, а к тексту Святославовой грамоты, записанному в ставке императора» [14, с. 214]. Получается, что датировка текста исходит от русских послов. Это вроде бы является основой для вывода, что русские употребляли византийское летосчисление. Однако текст писали греки, поэтому озаглавить его они могли в соответствии с традициями своей канцелярской практики, в которую входило указание даты составления документа. В устном заявлении русских послов год заключения договора вообще мог не упоминаться как само собой разумеющийся факт.

Вывод о том, что русские в дохристианскую пору владели византийским летосчислением, нуждается в подтверждении другими источниками. Договоры русских князей с греками X в. дают основание для постановки такого вопроса. В летописных текстах договоров применяется византийская нумерация не только в записи дат, поэтому эти договоры можно рассматривать, как возможные свидетельства употребления этой цифровой системы на Руси в X в. Для окончательного вывода необходимо располагать подлинными источниками X в., удостоверяющими это.

В указанной связи интерес представляет надпись X в. на корчаге из Гнездова (рис. 5). Она читается отдельными учеными по-разному: «гороухща», «гороушна», «Гороух пса», «гороуниа» и т. д. Исследователи соглашаются, что надпись указывает либо на содержимое сосуда, либо на имя его владельца. Едины ученые во мнении, что основу записи составляют греческие буквы. Большинство исследователей считают, что, помимо греческих букв, в ней имеются и типично славянская Ц или Ш. Есть точка зрения, что все буквы в Гнездовской надписи — греческие. При анализе надписи ученые основываются на археологических условиях находки, данных истории языка, исторических и литературных свидетельствах, данных о форме и объеме некогда разбитого сосуда и пр. Высказываются различные суждения о содержимом корчаги: горчица, перец, пряности, нефть и т. п. Окончательной ясности в вопросе о характере надписи нет. Необходимы дальнейшие исследования, которые решат загадку. Возможный «резерв» научного поиска заключается в изучении надписи в сочетании с находящимся поблизости от нее письменным знаком. На последний обратил внимание Д. А. Авдусин: «Кроме *н*, имеющегося в надписи, недалеко от нее на корчаге процарапано еще одно *н*. Его назначение неизвестно. Может быть, это инициал владельца корчаги?» [15]. Другое толкование этому знаку подсказывает его аналогия с цифровым обозначением пятидесяти в византийской нумерации [16]. В таком случае он может выражать меру емкости или веса содержимого корчаги, его стоимость. Учет данных о соответствующих мерах и денежном курсе Северного Причерноморья примерно середины X в., откуда тогда была привезена корчага, возможно поможет объяснить загадку надписи.

Определить указанный знак на Гнездовской корчаге X в. в качестве цифрового независимо от такого комплексного исследования затруднительно из-за отсутствия точек по его сторонам или титла над ним. Обычно точки или титло ставились в том случае, когда цифра в византийской нумерации встречалась в некоем контексте. Если же цифровая запись была единичной или она носила индивидуальный характер, т. е. человек ее ставил «для себя», то указанные «цифровые» детали не ставились. Например, ни одна из рассмотренных «бухгалтерских» записей X в.



из Тмутаракани и Саркела—Белой Вежи не содержит титл или точек по сторонам цифр.

Сложности истолкования буквенных обозначений в качестве числовых или нечисловых, встречающихся на античных южнорусских сосудах, образно охарактеризовал историк Э. Р. Штерн: «Мы и теперь на продаваемых в том или другом магазине товарах нередко встречаем отдельные буквы, знаки и цифры. Что означают эти надписи теперь, нам могут объяснить только владелец магазина и его служащие; что они обозначали в древности, мы, не имея возможности справиться у их авторов, разгадать обыкновенно не в состоянии» [17].

Эти слова, сказанные в конце XIX в., точно характеризуют существующее положение. Среди единичных буквенных знаков, встречающихся на дохристианских сосудах Древней Руси, возможно, содержатся и цифровые — в византийской нумерации. Определить же их в таком качестве до сих пор не представляется возможным. При условии выяснения правильного значения единичного знака на Гнездовской надписи X в., может быть, удастся пробить брешь среди массы нечитаемых единичных буквенных обозначений на сосудах, установив цифровой характер одного из них.

Таким образом, проблема Гнездовской надписи X в. имеет еще один аспект, связанный с возможностью существования в дохристианской Руси практики употребления византийской нумерации. Но ее надо решать в связи с проблемой дохристианской письменной практики на Руси вообще.

Важное значение для истории древнерусской письменности имеет исследование видным советским историком В. Л. Яниным древнейшей русской печати X в. [18]. На ней имеется надпись «Изас[лав]ос». Три заключенных в скобки буквы не сохранились. Читающаяся остальная часть слова позволяет реконструировать всю надпись. Она является записью греческими буквами и в греческом звучании русского имени Изяслав. Принадлежала печать старшему сыну князя Владимира, введшего христианство на Русь. Умер Изяслав в 1001 г. При жизни он скрепил этой печатью грамоту, которую посылал по своим личным или государственным надобностям. Текст грамоты не сохранился, как и всех других грамот домонгольской поры. Грамота представляла собой пергаменный свиток,

к которому была привешена печать. Адресат Изяслава, получив грамоту, снял печать, или она некоторое время была при свитке, а потом оторвалась. Сама грамота затерялась, сгорела или истлела, а металлический кусочек с именем князя дожил до нашего времени.

Кроме рассмотренной печати, известна еще более древняя, с неразборчивой надписью, предположительно принадлежавшая князю Святославу Игоревичу (ум. 972 г.). В летописном тексте его договора с греками 971 г. упоминается, что текст своего заявления, записанного в ставке императора, русские послы «своими печатями запечатаном». Свидетельство о русских печатях есть уже в договоре с греками князя Игоря, отца Святослава. В. Л. Янин допускает возможность, что обычай употребления металлической печати, которая привешивалась к документам, был заимствован восточными славянами у византийцев в дохристианский период. Система аргументации В. Л. Янина имеет важное значение для вопроса о византийской цифровой практике на Руси в X в. Существо ее состоит в следующем.

Историк Н. П. Лихачев (1862—1936), внесший крупный вклад в изучение вислых печатей, также полагал, что первоначальный тип древнерусской печати был взят из Византии. Однако момент заимствования он связывал с официальным принятием христианства Русью. В. Л. Янин обратил внимание, что применяемый Н. П. Лихачевым метод страдает односторонностью. Н. П. Лихачев брал за основу тип византийской печати и сравнивал его с хаотичной грудой русских печатей, прошедших лишь предварительную сортировку. Находимые в результате такого сравнения аналогии он принимал в качестве первоначального вида древнерусской печати. Недостаточность метода Н. П. Лихачева была обусловлена отсутствием научной классификации всех существующих русских печатей. Таковую классификацию разработал В. Л. Янин [19].

Древнерусских печатей X—начала XIII в. известно около 750. По своим особенностям они разделены на группы. Выяснилось, что тип печати, который Н. П. Лихачев считал в качестве первоначального, установился на Руси лишь в середине XI в. Этим печатям предшествовал архаичный тип, для которого отсутствуют византийские аналогии. Таких печатей, относящихся к X—середине XI в., насчитывается 16 экземпляров; два из них, наи-

более архаичных, отнесены В. Л. Яниным к X в. Они были рассмотрены нами выше. Новым и важным результатом, по сравнению с выводами Н. П. Лихачева, является заключение В. Л. Янина об очень древних корнях обычая вислой печати на Руси. Он зародился в языческое время. Традиции архаичной печати сохранялись и после принятия христианства в течение ряда десятилетий. Лишь затем распространяется византийский тип вислой печати.

Что же обусловило появление в дохристианский период на Руси вислой печати? На этот вопрос В. Л. Янин отвечает так: «...на протяжении всего X в. Русь находилась в достаточно тесном политическом и культурном взаимодействии с Византией, вполне допускающем возможность заимствования не типа, а самого обычая металлической вислой печати» [19, с. 14—15].

Печать привешивалась к документам. А в них, как показывают летописные тексты русско-византийских договоров X в., числа записывались в византийской нумерации. Византийская цифровая система являлась атрибутом оформления договоров. В частности, запись даты в византийском летосчислении была обусловлена разработанными в императорской канцелярии типами формуляров международных договоров. Если на Руси в дохристианский период заимствовали у Византии один из атрибутов скрепления официальной корреспонденции — вислую печать, то отказаться от другого — византийской системы для обозначения чисел — был смысл при наличии некоего «заменителя», например своей системы обозначения чисел. Данные о такой системе отсутствуют в источниках, которые могли их содержать (летописные русско-византийские договоры X в.). Напротив, они свидетельствуют об употреблении на Руси византийской нумерации.

Очевидно, основным каналом проникновения на Русь византийской нумерации была не дипломатическая переписка с Византией, а торговые, культурные и военные контакты, причем не только с греками, но и с негреческим населением (хазарами, аланами, болгарами и др.). Однако оформление княжеской официальной корреспонденции служит документальной основой для увязывания проблемы цифровой практики с историей древнерусской письменной культуры.

Важным результатом исследования В. Л. Янина о печатях является подтверждение вывода о начале чеканки

древнерусской монеты после принятия христианства — в конце X в. Некоторые ученые относят самые ранние русские монеты ко второй половине XI в. В. Л. Янин заметил, что печати архаичной традиции имеют сходство с первыми русскими монетами: «В одном случае печатью удостоверяется действительность снабженного ею акта, а в другом — подлинность и гарантированное качество монеты» [19, с. 41]. Если же датировать первые монеты второй половиной XI в., то своим архаичным обликом они будут дисгармонировать с типом печатей того времени.

Выводы В. Л. Янина получили новое подтверждение при изучении художественных особенностей изображений на древнейших русских монетах [20]. Выясняется, что первые русские монеты, как видно, воздействовали на княжеские печати первой половины XI в. Это делает приемлемым хронологическое расположение этих монет между печатями X в. и печатями первой половины XI в., продолжавшими архаичную традицию. Обнаружилось, что монеты конца X—начала XI в. чеканились древнерусскими мастерами самостоятельно. Они являлись более или менее искусными подражаниями византийским монетам, о чем свидетельствуют их художественные особенности.

Что же позволило князю Владимиру наладить собственную чеканку монет? Видимо, он начинал не на пустом месте. Если в языческую эпоху существовала на Руси традиция художественной обработки металла в штемпельной технике, то тогда все встает на свои места. Князь Владимир смог опереться на практику изготовления печатей, что и позволило ему наладить монетное дело без специального приглашения греков.

Новое подтверждение датировки первых русских монет концом X—началом XI в. имеет важное значение в связи с тем, что они являются древнейшими образцами надписей на славянском языке. По виду письма надписи выполнены кириллицей, по языку самые первые монеты — Владимира Святославича — не древнерусские, а болгарские [21, с. 31, 44, 226]. Надписью на печати Изяслава (греческими буквами) этот факт можно объяснить так. Болгарская кириллица первоначально, по-видимому, воспринималась в единстве с ее носителем — болгарским языком. Затем кириллица оторвалась от своего носителя. Надписи на монетах Святополка (1015—1019) и Ярослава

(1019—1054) уже нельзя назвать болгарскими [21, с. 44]. Следовательно, древнерусская штемпельная техника рубежа X—XI вв. свидетельствует о двуязычии, характеризующем изменение письменных традиций. Языческая практика письменного оформления печатей на Руси, вероятно, не знала кириллицы. Иначе не понятно, почему на монетах Владимира, которые делались древнерусскими мастерами, применен болгарский язык, практика использования которого на монетах вскоре утратилась. Это не значит, что в дохристианское время у нас совсем не использовалось письмо типа кириллицы. Очевидно, имеет смысл говорить лишь о некоем «феномене инерции» в письменной практике. Сущность этого феномена кратко можно выразить так: чем древнее письменные навыки, тем дольше они остаются в качестве пережиточных форм.

После принятия христианства произошли существенные перемены в жизни страны. Коренным образом изменился культурный уклад, обусловленный небывалой до того ролью в духовной жизни Руси церковной литературы на старославянском языке, заимствованной из Болгарии. Возникающие в этой связи новые элементы общественной жизни, одним из которых можно считать чеканку своих монет, шли в ногу с этим новшеством письменной практики. Старые элементы культурной жизни, к каким относилось применение вислой печати, сохраняли верность традиции, медленно подвергаясь новым веяниям. Так, печать Изяслава, относящаяся уже к христианскому периоду по времени правления князя и одновременная монетам Владимира, сохраняет языческую архаику по характеру оформления и письменным традициям.

§3. Существование «феномена инерции» в древнерусской письменной практике имеет важное значение для вопроса об употреблении византийской нумерации в дохристианской Руси. Если эта цифровая система была здесь достаточно основательно представлена уже в языческое время, то в христианский период, несмотря на распространение старославянской литературы, прежние нумерационные навыки должны были сохраниться. Их наличие в большей степени можно ожидать в жанрах местной письменной традиции, а отсутствие — в новых формах.

Как отличить дохристианские нумерационные навыки на Руси от новых? Выше говорилось, что в болгарской

цифровой практике X в. вместо формы, похожей на латинское «эс» (византийская шестерка), младшая эписема стала употребляться с «обратным» поворотом: в виде скорописного «гэ» (2 — старославянская шестерка). К концу X в. в болгарской практике, видимо, уже применялся вместо традиционной византийской записи чисел второго десятка (II, IV, VI, ...), противоположный порядок: VI, IV, II, ... (славянская инверсия). Эти два признака можно положить в основу подразделения древнерусских нумерационных навыков на дохристианские и старославянские. В качестве критерия также следует иметь в виду возможность активного использования византийского летоисчисления в дохристианской Руси.

Новую форму литературного творчества, обусловленную принятием христианства на Руси в конце X в., представляют старославянские церковные книги. Древнейшей датированной русской книгой является «Остромирово евангелие», переписывать которое для новгородского посадника Остромира начал дьякон Григорий (возможно, с помощниками) в 1056 г., а закончил в 1057 г. Книги тогда писались на особым образом выделанной коже (пергамене). Труд переписчиков был почетным, но тяжелым. Он требовал больших затрат времени и высокого профессионального навыка. Книги стоили дорого, а отдельные равнялись целым состояниям. От XI—начала XII в. до нашего времени сохранилось около 25 подлинников переписанных на Руси книг. Все они являются копиями старославянских оригиналов. В этих произведениях можно ожидать довольно точного отражения старославянской цифровой практики.

Помимо основного текста, восходящего к греческим подлинникам (через старославянский посредник), в древнерусских книгах иногда содержатся своеобразные послесловия. Их составляли переписчики. Именно из такой записи люди узнали, кто переписал указанное выше евангелие (дьякон Григорий) и когда (в 1056—1057 гг.). Не всегда такое послесловие содержало дату переписки рукописи. Но если дата имелась, то это значило, что переписчик владел знаниями по хронологии и нумерационными навыками. Поэтому в древнерусских датировочных приписках можно ожидать проявления местных цифровых традиций, отличных от старославянских.

Еще одним видом древнерусской письменной практики

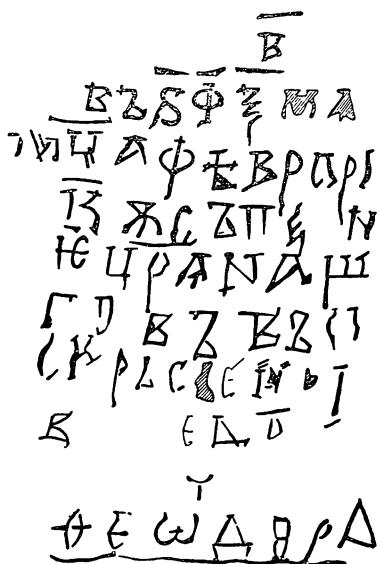
являются эпиграфические надписи — на камнях, стенах зданий, различных твердых предметах. К ним примыкают надписи на берестяных грамотах. Древнейшими русскими эпиграфическими надписями оказываются записи 1052 и 1054 гг. на стенах Софийского собора в Киеве (рис. 6). По поводу известных ему эпиграфических надписей, видный историк русского языка Н. Н. Дурново писал следующее: «Надписей на камнях, стенах, надгробных памятниках и т. п. с XI до XIII в. сохранилось немного; все они невелики по объему и потому мало дают материала для истории языка, но это не мешает им быть очень ценными, потому что почти все они написаны на чисто русском языке, свободном как от элементов цсл. (церковнославянизмов. — *Р. С.*), так и от условностей канцелярского языка грамот» [21, с. 44].

Самостоятельные по языку, свободные, как считает Н. Н. Дурново, от церковнославянизмов, древнерусские эпиграфические надписи, надо думать, могли быть более независимыми от старославянского влияния и по «цифровому языку».

С учетом «феномена инерции» наличие дохристианских нумерационных навыков скорее всего можно ожидать в древнерусской эпиграфике и датировочных записях переписчиков рукописей. Старославянские черты в византийской нумерации в наибольшей степени должны быть представлены в цифровом материале основного текста древнерусских рукописей.

Что показывает изучение источников? Оно подтверждает высказанное предположение в соответствии с тремя выделенными выше признаками: 1) употреблением византийского летосчисления, 2) формой младшей эписемы, 3) порядком компонентов в записи чисел 2-го десятка — выводы таковы [22]. Нумерация XI в. в древнерусской эпиграфике (по всем признакам) и в датировочных приписках (по двум первым, данные по третьему признаку отсутствуют) обладает приверженностью византийским цифровым традициям, по сравнению со старославянскими источниками X—XI вв. в целом. Цифровой материал основного текста древнерусских рукописей XI в. обладает тягой к старославянским цифровым традициям. Более древние датированные рукописи цифровой материал имеют «византизированнее», чем, например, «Архангельское евангелие» 1092 г. В нем практика записи чисел —

Рис. 6. Древнерусская надпись 1054 г. на стене Софийского собора в Киеве, содержащая дату 6562 (6562—5508=1054)



старославянская (в той степени, в какой она становится типичной на Руси в XII в. ).

Особенности цифрового «двуязычия» древнерусской письменности XI в. можно истолковать следующим образом. В связи с принятием христианства на Руси вместе со старославянской получила известность болгарская «редакция» византийской цифровой системы. С позиции «феномена инерции» перенятие этих новшеств должно было тормозиться дохристианской нумерационной практикой. Действительно, спустя более полстолетия после принятия христианства в записи чисел на Руси придерживались прежней чисто византийской цифровой традиции. Это отражают древнейшие эпиграфические и датировочные (в рукописях) записи середины XI в. При переписке старославянских рукописей цифровой традиционализм проявлялся не только в датировочных приписках, но и в исправлении встречающихся в тексте цифровых новшеств на традиционные древнерусские формы.

Этим можно объяснить, почему древнейшие датированные рукописи (их переписывали хорошо подготовленные в отношении нумерационных навыков люди, владевшие хронологией) — «Остромирово евангелие» 1056—



1057 гг. и «Изборник Святослава» 1073 г. — в цифровом отношении наиболее византизированы. Поэтому нумерационный материал этих рукописей можно положить в основу реконструкции облика древнерусской цифровой системы X в. (см. табл. 2).

Таблица 2

Реконструкция (по данным XI в.) византийской цифровой системы, предположительно употреблявшейся в дохристианской Руси в X в.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Единицы	ⲁ	Ⲃ	Ⲅ	Ⲇ	Ⲉ	Ⲋ	Ⲍ	Ⲏ	Ⲑ
Десятки	ⲓ	ⲕ	ⲗ	ⲙ	ⲛ	ⲝ	ⲟ	ⲡ	ⲓ, ϣ
Сотни	ⲣ	Ⲥ	Ⲧ	Ⲩ	Ⲭ	Ⲯ	Ⲱ	Ⲳ	Ⲵ

Среди встречающихся чисел в «Остромировом евангелии» 1056—1057 гг. и «Изборнике Святослава» 1073 г. не представлены знаки для 600, 700, 800. В византийской нумерации они передавались греческими буквами «хи», «пси» и «омега». В древнерусских подлинниках «хи» (600) встречается с конца XI в., а два других цифровых знака — с конца XII в. Если восполнить недостающие начертания данными позднейших древнерусских источников, то облик реконструированных цифр, предположительно употреблявшихся на Руси в X в., будет соответствовать византийской нумерационной системе Первого Болгарского царства VIII—IX вв. (см. табл. 1 на с. 10).

Этот результат вполне можно было ожидать, руководствуясь лишь одним стадильно-сравнительным методом. То, что он достигнут на основе конкретного анализа сохранившихся источников X—XI вв. с учетом различий в старославянской цифровой практике и особенностей древнерусских письменных традиций, делает еще более убедительным заключение о возможном употреблении на Руси в дохристианское время византийской нумерации.

Начертания реконструированных знаков условны, «усреднены» в соответствии с графикой XI в. В действительности, цифры, совпадающие по начертанию с грече-

скими буквами, скорее всего имели ту форму, в какой соответствующие буквы употреблялись в X в. Еще труднее восстановить точный облик эписем. Младшая эписема (шестерка), очевидно, походила на латинское «эс». Средняя эписема (90) в греко-болгарской эпиграфике имеет вид «посоха», а в старославянской кириллической «Саввиной книге» X—XI вв. — с-образного знака. В древнерусских источниках XI в. в большинстве случаев встречается это же начертание, а также вторая форма («получервь»), указанная в таблице. Может быть, последнее начертание было местной отличительной чертой в цифровой практике Руси X в.? Пока единственным основанием для такого вывода может служить его отсутствие среди болгарских цифровых данных. Старшая эписема (900) встречается единственный раз — в «Изборнике Святослава» 1073 г. По начертанию она близка к стреловидной форме. Другие данные о старшей эписеме отсутствуют. Поэтому приходится допустить, что в дохристианский период на Руси употреблялась «сампи» (900) стреловидной формы, как это было условно принято и для цифровой практики Первого Болгарского царства.

Возвращаясь к началу главы, где были процитированы слова М. Н. Марчевского, отрицавшего употребление цифр в дохристианской Руси, можно сказать, что противоположная точка зрения действительно более согласуется с имеющимися данными. Однако реконструкция цифровой системы, выполненная в соответствии с этими данными, пока что не опирается на материалы, которые могли бы служить прямым доказательством гипотезы об использовании на Руси в X в. византийской нумерации. Тем не менее научное значение предлагаемой гипотезы бесспорно. Ею прогнозируются возможные археологические находки, которые откроют новую страницу культурных ценностей дохристианской Руси, связанных с началом формирования нумерационных представлений.

Важное значение рассмотренной гипотезы заключается также в том, что изучение нумерационных данных привело к неизвестному ранее факту о цифровом двуязычии древнерусских письменных памятников XI в.

Как дальше развивались цифровые представления на Руси? Древнерусские эпиграфические и рукописные источники XI—XII вв. показывают, что примерно столетие спустя после своего появления на Руси старославян-

ские цифровые черты (шестерка в форме скорописного «гэ» и запись чисел 2-го десятка типа ИІ, КІ, ...) постепенно закрепляются в древнерусской практике. Однако и в XII в. на Руси не исчезает младшая эписема византийского начертания и встречается иногда византийский порядок в записи чисел второго десятка. Характерным для периода XII—XIII вв. оказывается начертание средней эписемы (90) типа получервь. В этот период стреловидная форма «сампи» (900) уступила место сходной по начертанию кириллической букве «юс малый» Ѧ (см. табл. 3).

Таблица 3

Облик древнерусской цифровой системы, сложившейся в XII—XIII вв.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Единицы	а	б	г	д	е	з	и	н	о
Десятки	і	к	л	м	н	з	о	п	ѣ
Сотни	р	с	т	ѣ	ф	х	ѡ	ѣ	Ѧ

Древнерусская нумерация, сложившаяся в XII—XIII вв., значительно соответствовала византийской цифровой системе. Эписемы, как наиболее независимые от канонов письменной практики, в наибольшей степени отражают особенности исторического развития нумерационных представлений на Руси. Младшая эписема (6) свидетельствует об испытанном с конца X в. старославянском влиянии. Средняя эписема (90), являясь единственным небуквенным знаком, представленным вариантом «коппы», возможно, унаследована от языческой поры. Старшая эписема (900) заменена кириллическим знаком, отсутствующим в греческой нумерации. Это свидетельствует об отходе нумерационных представлений на Руси в XII—XIII вв. от византийского ортодоксального образца.

Таким образом, древнерусская нумерационная система XII—XIII вв. с «юсом малым» (900) приобрела специфический облик, отличный от чисто византийского, хотя и

значительно соответствующий ему. Это уже — самостоятельный древнерусский вариант цифровой системы византийского типа.

Древнерусская цифровая система, сложившаяся в XII—XIII вв., отличалась и от южнославянской, ей синхронной по времени (см. табл. 4).

Таблица 4

Южнославянская (кириллическая) цифровая система  
конца XII—начала XIII в.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Единицы	ⲁ	Ⲃ	Ⲅ	Ⲇ	Ⲉ	Ⲋ	Ⲍ	Ⲏ	Ⲑ
Десятки	Ⲓ	Ⲕ	Ⲗ	Ⲙ	Ⲛ	Ⲝ	Ⲟ	Ⲡ	Ⲣ
Сотни	Ⲕ	Ⲗ	Ⲙ	Ⲛ, ⲞⲚ	Ⲝ	Ⲟ	Ⲡ	Ⲣ	ⲣ

В южнославянской (кириллической) нумерации конца XII—начала XIII в. последними знаками были «от» (700), «пе» (800) и «цы» (900), как в глаголической цифровой системе. К рубежу XIII—XIV вв. в южнославянской кириллической нумерации из указанных остался один знак Ц (900), два других были заменены соответствующими византийскими. Следовательно, и у южных славян определяющий облик нумерационной системе придавала цифра на месте старшей эписемы.

Подведем некоторые итоги развития нумерационных представлений на Руси. По всей вероятности, в X в., еще в дохристианскую пору, на Руси стали употребляться византийские цифры. Во всяком случае в XI в. здесь существовало цифровое «двуязычие»: на практику применения византийской нумерации в чистом виде накладывались старославянские цифровые отклонения. Последние возникли у болгар в X в. и, возможно, были связаны с влиянием цифровой системы глаголицы [23]. Глаголическое влияние с особой силой проявляется в южнославянской цифровой системе (кириллической) в конце XII — начале XIII в. Оно и впоследствии остается ее типичной чертой, которую характеризует Ц (900) на месте стар-

шей эписемы. На древнерусскую цифровую систему глаголическая нумерация непосредственного влияния не оказывала. Ее развитие характеризуется заменой византийских цифровых знаков, которые не были буквенными или употреблялись редко в качестве букв у славян, со сходными по виду буквами кириллицы. Так, вместо «сампи» (900) стреловидной формы стала использоваться сходная по виду буква «юс малый». Это определило отличительный облик древнерусской нумерации как самостоятельного варианта византийской цифровой системы. Очевидно, такой сложившийся вид древнерусская нумерация приобрела в домонгольскую пору, как можно заключить по цифровым данным «Учения» Кирика Новгородца (1136 г.).

О дальнейшей судьбе древнерусской нумерации вкратце можно сказать следующее. После татаро-монгольского нашествия около 1240 г., когда нарушились традиционные культурные связи с Византией и южными славянами, древнерусская цифровая система продолжала развиваться в прежнем направлении — замена греческих знаков на сходные кириллические. Так, появившийся в ней в конце XIII в. новый знак «от» (800) заменил сходную по виду «омегу». Только в конце XIV—начале XV в., в связи с южнославянским влиянием, эта закономерность нарушилась. На Руси в качестве девятисот стал использоваться знак «цы» сперва параллельно с «юсом малым», а затем вместо него. Последняя буква не исчезла из древнерусской цифровой практики, а изменила свое числовое значение. Вместо 900 «юс малый» стал выражать 1000. Правда, в таком качестве он нашел ограниченное применение (в тайнописании). В XVI в. средняя эписема (90) приобрела облик буквы «че» — и в древнерусской нумерации не стало небуквенных знаков. У южных славян в это время продолжали использоваться варианты «коппы» (90). Только в XVIII в., с распространением русской литературы на Балканах, произошла унификация цифровых систем, средняя эписема и здесь была заменена на «че» [24].

Об «алфавитной» нумерации, использовавшейся византийцами, болгарам, восточными славянами и другими народами, складывается впечатление, как о знаковой системе, сохраняющей относительную самостоятельность, независимо от письменной среды, в которой она функционировала. И в греческом письме, которое активно

(в устной и письменной речи) использовали византийцы или только ограниченно применяли (в официальной, а затем в церковной литературе) болгары, и в первоначальных образцах записи родной речи у болгар-тюрков, а также, вероятно, и в существовавших аналогичных попытках у славянского населения Первого Болгарского царства и Руси, и в устроенном старославянском и древнерусском письме типа кириллицы фактически функционировала одна и та же 27-знаковая нумерационная система.

§ 4. Важным является вопрос о том, как сохранялась и передавалась информация о византийской цифровой системе различными народами и, в частности, древнерусским.

До открытия берестяных грамот почти отсутствовали данные об обучении нумерации на Руси.

Археологические находки в Новгороде осветили процесс обучения грамоте в Древней Руси, о чем конкретно было известно крайне мало. В 1954 г. была найдена дощечка с вырезанной на ней древнерусской азбукой. Это драгоценное учебное изделие, изготовленное в Новгороде в XIII—XIV вв., открыло новую страницу в изучении дела обучения грамоте в Древней Руси.

Руководитель археологической экспедиции в Новгороде член-корреспондент АН СССР А. В. Арциховский писал по поводу дощечки с азбукой: «До этой находки наша древнейшая школа ускользала от изучения. Никаких археологических материалов и никаких надежных письменных известий по древнерусскому школьному делу нигде не было» [25, с. 81]. Для чего предназначалась найденная азбука?

По мнению А. В. Арциховского, «это своего рода учебное пособие. Ученик мог держать дощечку в руках и списывать буквы (нижняя часть поэтому свободна от надписей). Форма и отделка предмета заставляют предположить, что такие азбуки изготовлялись на продажу» [25, с. 81].

Древнерусский школьник мог переписывать алфавит, положив на свободную часть дощечки кусок бересты. По обрывкам берестяных грамот учебного характера, найденных в Новгороде, видно, как шло обучение грамоте. Усвоив буквы, переходили к слогам; среди грамот встречаются тексты, содержащие соответствующие упражнения: ба, ва, га, да и т. д. Археологи обнаружили своеобраз-

разный ученический архив новгородского мальчика Онфима, жившего в XIII в. На клочках бересты, отслужившем службу донышке берестяного туеса маленький новгородец упражнялся в написании букв и складов. На одном из фрагментов мальчик оставил автограф: «Поклон от Онфима к Даниле». Онфим любил рисовать: рядом с учебными записями он изображал человечков, всадников, сражающихся витязей, чудовищ.

Новгородские находки открыли еще один неизвестный ранее атрибут обучения грамоте в Древней Руси: ана-

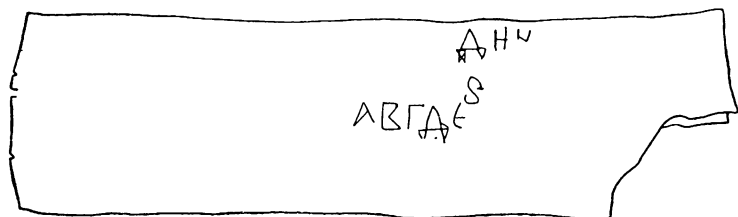


Рис. 7. Берестяная грамота № 287 XIII—XIV вв. или начала XIV в. с первыми шестью цифрами

логичные буквенным, но от них отличные «цифровые алфавиты», представляющие собой совершенно самостоятельные документы, характеризующие процесс обучения нумерации.

Среди знаков древнерусской нумерации имелись символы, которые не были буквенными (средняя эписема — вариант «копшы») или редко употреблялись в качестве букв.

Например, буквы «кси» (60), «пси» (700) отсутствуют в азбуке, вырезанной на дощечке, по которой новгородцы в XIII—XIV вв. изучали кириллический алфавит. Если также учесть, что цифровых знаков было меньше, чем буквенных, и их порядок не совпадал с последовательностью букв в кириллическом алфавите, то будет ясно, что при обучении нумерации приходилось преодолевать трудности, обусловленные указанными различиями. Найденные три «цифровые» берестяные грамоты (№ 287, 342 и 376) подтверждают сказанное.

1. Грамоту № 287 (рис. 7) А. В. Арциховский характеризует так: «Стратиграфическая дата — рубеж XIII—XIV вв. или первая половина XIV в. Для толкований

первая строчка слишком коротка. Вторая строчка имеет ясный смысл. Это цифры, первые шесть цифр подряд: 1, 2, 3, 4, 5, 6» [26].

Если бы в грамоте было изображено начало азбуки, то вслед за буквой «а» шла бы пропущенная буква «б», а за «е» располагалась бы «ж», которой также нет. Вместе с тем порядок знаков в грамоте полностью совпадает с шестью первыми древнерусскими цифрами (см. табл. 2 на стр. 32). Поэтому А. В. Арциховский определил, что в грамоте представлен ряд цифр, а не букв.

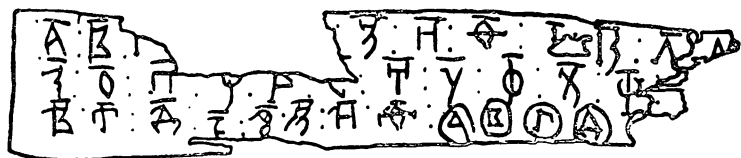


Рис. 8. «Цифровой алфавит» на берестяной грамоте № 342 начала XIV в.

Грамота № 287 написана как будто бы второпях. Об этом свидетельствует «пляшущий» ряд цифр, отсутствие точек между ними и титл. Возможно, она является обрывком незавершенного текста, или заметкой для памяти о начертании нескольких первых цифр.

2. Грамоту № 342 (рис. 8) А. В. Арциховский относит к началу XIV в. Она представляет собой «цифровой алфавит» — перечень цифр от 1 до 40 000. Береста частично оборвана вместе с рядом находившихся на ней знаков. Судя по характеру обрывов, десяти тысячный разряд в ней, наверное, содержался полностью. Особое обозначение десятков тысяч в виде окружности, которой обводился основной цифровой знак, зафиксировано в подлиннике древнерусской рукописи XII в. [28].

Чтобы правильно понять значение этой находки, следует учесть исторические изменения, происшедшие в арифметике. В наше время под арифметикой понимают совокупность операций сложения, вычитания, умножения и деления, производимых с числами; запись чисел (нумерация) не считается самостоятельным арифметическим действием. На вопрос: сколько арифметических действий? отвечают: четыре. В период средневековья их насчитывалось больше. Так, нумерация считалась отдельным





Рис. 9. Берестяная грамота № 376 XIII—XIV вв. или начала XIV в. с первым четырьмя цифрами

арифметическим действием. Видимо, в таком историческом смысле следует понимать слова А. В. Арциховского, что грамота № 342 написана «очевидно, в связи с изучением арифметики» [27, с. 29, 31].

О том, что в Новгороде производили подсчеты с большими числами порядка десятков тысяч, говорит рассматриваемая грамота. Она служила своего рода учебным пособием при обучении нумерации или была своеобразным справочно-цифровым документом.

3. Грамота № 376 (рис. 9) имеет стратиграфическую дату — рубеж XIII—XIV вв. или начало XIV в. А. В. Арциховский характеризует ее следующим образом: «Это донце туеса с буквами и буквообразными значками, нанесенными на него в беспорядке... На донце туеса не-

брежно нарисована человеческая фигура, перечеркнутая затем крестообразно. Над головой фигуры четыре буквы: а в г д. Это четыре первые цифры, что ясно уже из их порядка и подтверждено титлами» [27, с. 76].

Берестяные грамоты, для которых основой послужило дно туеса, известны как детские. Именно этот признак отмечает В. Л. Янин в рассматриваемой грамоте № 376: «Кстати, последняя запись была сделана также на донышке отслужившего свой срок берестяного туеса. Маленьких новгородцев не особенно баловали, для их школьных упражнений годилась любая береста» [29, с. 36]. Учебно-справочных берестяных грамот цифрового характера сохранилось меньше, чем фрагментов буквенных алфавитов.

«Цифровые алфавиты» на бересте свидетельствуют об определенном единстве древнерусской «методики» обучения письму и счету. Так же, как при обучении письму, основным «учебным пособием» в изучении нумерации, по-видимому, служил некий «эталон» состава цифровых знаков и их начертаний. Такого рода цифровым «эталонном» является берестяная грамота № 342. Упражняясь в записи букв алфавита на отслуживших службу кусках бересты от старых туесов и пр., ребята попутно любили делать рисунки. При изучении нумерации они поступали аналогичным образом. Об этом свидетельствуют грамоты № 287 и № 376 рубежа XIII—XIV вв. или несколько более позднего времени, содержащие начала цифрового ряда. Причем грамота № 376 — типично детская: с рисунками, материалом для нее послужило донце туеса.

Для понимания учебного процесса в Древней Руси необходимо вновь вернуться к дощечке с вырезанной азбукой. Археологами в Новгороде были обнаружены и другие подобные дощечки (но без азбуки); древнейшая из них датируется концом XI столетия. Предназначение дощечек установлено. Это так называемые церы — особые приспособления для писания по воску, соединенные вместе наподобие диптиха [30].

В византийском средневековом обществе церами, или вощечками, пользовались при первоначальном обучении письму. На них также писали деловые документы (долговые расписки, завещания); изредка находят вощечки с литературными фрагментами [31]. Найденные археологами древнерусские церы оказываются, к сожалению,

пустыми. Для вывода о значении «восковой письменности» в культуре Древней Руси очень важно замечание В. Л. Янина о том, что «если, обучаясь письму, маленькие новгородцы прибегали в основном не к бересте, а к воску, то и редкость школьных упражнений не должна нас удивлять» [29, с. 60]. С учетом редкости цифровых учебных грамот на бересте можно предположить, что и счету в Древней Руси обучали, прибегая в основном к вощечкам.

Не свидетельствует ли использование восковых дощечек о необходимости рассматривать еще один материальный аспект книжной культуры? Обычно под явлениями средневековой книжной культуры понимается всевозможная «книжная продукция» в виде книг типа блоков, тетрадей. Их разновидностью можно считать документы (акты), написанные на пергамене и бумаге, сворачиваемые в трубку и скрепляемые печатью, и пр. К ним примыкают делопроизводственные и канцелярские записи типа столбцов, представлявшие собой иногда большие рулоны подклеиваемых материалов по мере их поступления. В размотанном виде столбец мог достигать многих метров. С открытием берестяных грамот человечество познакомилось еще с одним видом «книжности». Если к этим различным материальным формам письменного слова добавить надписи на твердом материале (камне, дереве, металле, кости и пр.), то все их можно характеризовать свойством относительной долговечности текста. Записи по воску, наоборот, характеризуются недолговечностью создаваемых текстов, которые перманентно заменялись новыми. Надписи на вощечке производились и ликвидировались особым стержнем-стилем («писалом»), имевшим с одной стороны заострение (им писали), а с другой — лопаточку, которой разравнивали воск, подготавливая его для новой записи.

Если древнерусская система обучения письму и счету в основном опиралась на самоисчезающую «восковую книжность», то спрашивается, что обеспечивало сохранность соответствующей учебной информации? Кроме книжной формы сохранения информации, известна еще фольклорная. Из уст в уста передавались сказания, былины. Изучение фольклора показывает, что за напластованиями позднейших элементов в нем содержатся крупные ценной информации об историческом прошлом.

Не исключено, что фольклорная форма хранения и передачи информации первоначально была более распространенной, охватывавшей не только литературно-художественную сферу, но и учебную. Впоследствии «учебный фольклор», так сказать, себя изжил, будучи замененным собственно книжными формами, которые хранили в себе обучающую информацию.

Древнейшие сохранившиеся «цифровые алфавиты» не содержат пояснительных слов. Это относится не только к берестяным грамотам, но и к цифровым перечням, встречающимся в пергаменных рукописях. Древнейший южнославянский «цифровой алфавит» внесен на рубеже XIII—XIV вв. на свободное место страницы одной рукописи третьей четверти XIII в., т. е. через несколько лет после того, как книгу написали для использования в церковной службе [32]. «Цифровой алфавит», встречающийся в русской пергаменной рукописи XV в., приводится на обороте первого свободного от текста листа [33]. По-видимому, этот цифровой перечень был вписан в рукопись также спустя некоторое время, когда книга была готова.

Если основным средством ознакомления и закрепления начальных математических знаний (по нумерации) был воск, то древнейшие «цифровые алфавиты» XIII—XV вв. на бересте и пергамене, вероятно, появились в известной мере случайно. По-видимому, учебный материал о цифровой символике заносился сразу на перо, необходимые пояснения давались устно, а ученик их усваивал со слов без записи. Иногда прежде чем разравнивался воск с неизбежным уничтожением «цифрового алфавита», он копировался на кусок бересты или в книгу, на свободное от текста место. Поэтому такие копии не содержали словесных пояснений. Впоследствии на основе этих «сгустков» и других сведений могла складываться русская учебная математическая литература со словесными пояснениями, которая с конца XV в. представлена, в частности, «цифровым алфавитом» с обозначениями и наименованиями больших числовых разрядов [34].

### ДРЕВНЕРУССКАЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ПРАКТИКА

§ 1. Умели ли вычислять в Древней Руси? Если да, то что собой представляли древнерусские вычислительные приемы? Совпадали ли они с теми, какие мы употребляем в быту, считая на бумаге или на счетах? Или вычислительные операции производились на Руси иначе?

До нашего времени дошли древнерусские тексты, в которых отражены результаты арифметических подсчетов. Одним из них является «Русская Правда». Произведение восходит к перечню законоположений Ярослава Мудрого (около 978—1054 гг.). Первоначальный текст впоследствии дополнялся. В некоторых позднейших списках (они носят название Карамзинской группы списков Пространной редакции «Русской Правды») встречаются в качестве добавления указанные материалы с числовыми результатами порядка сотен тысяч. Сведения, которые сопутствуют числам, дают основания для выводов о том, как эти числа могли быть получены в наше время. Вопрос же, каким образом они найдены древнерусскими вычислителями, оставался открытым. Вот что об этом говорит советский историк В. К. Кузаков: «И хотя авторам «Русской Правды» приходилось умножать только на 2, 6 и 10 и делить лишь на 50 до сих пор не установлено, каким образом проводились эти исчисления. Как это ни парадоксально, оказывается, что привычная нам система сложения, деления, умножения и вычитания ни в одном из многочисленных документов не зафиксирована» [1].

Если бы было известно, как в действительности считали на Руси, то, возможно, отмеченный В. К. Кузаковым парадокс нашел естественное истолкование. Каким образом можно воссоздать существо древнерусского вычислительного метода в его средневековом облике? Очевидно, соответствующее исследование должно учитывать особенности математического просвещения средневековья

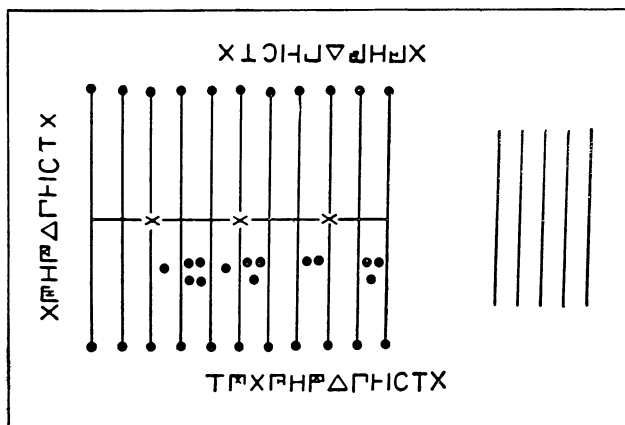


Рис. 10. Схема абака по Саламинской плите с числом 9823

и основываться на сопоставлении данных древнерусских источников с вычислительными приемами и средствами византийцев и других соседних народов.

В X—XIII вв. в Европе и странах Востока были распространены различные наглядно-механические приспособления для выполнения арифметических подсчетов. Существо их состояло из перекладывания по особым правилам или механического перемещения счетных элементов на специальном вычислительном поле. В качестве такого поля могла использоваться поверхность стола, скамейки, доски, просто пола или земли. Существовали переносные постоянного назначения вычислительные поля. Счетными элементами, в зависимости от вида наглядно-вычислительного приспособления, могли быть камешки, косточки от слив и вишен, бобы и другие мелкие предметы. А также — особые счетные жетоны с цифровыми обозначениями или без них. Счетные элементы могли использоваться в «россыпи» и нанизанными на прутья или шнуры. Такого рода приспособления, состоящие из вычислительного поля и счетных элементов, имеют общее название «абак». Абак существовал в Древнем Египте и Античной Греции; возможно, он был у вавилонян [2]. В архаичных вариантах абака вычислительное поле и счетные элементы не были соединены вместе

в единое целое, как, например, наши счеты. Древний абак состоял как бы из двух обособленных компонентов: вычислительной доски и счетных элементов «в россыпи».

В середине прошлого века, на острове Саламине была обнаружена такая вычислительная доска, относящаяся к древнегреческому периоду (рис. 10). Она сохранилась до нашего времени, так как сделана из мрамора.

Приводящиеся на саламинской доске надписи позволили реконструировать принцип «записи» на нем чисел. Числа здесь употреблялись не в отвлеченном значении, а именованном. Древнегреческий абак был «привязан» к существовавшей тогда денежной системе (талант, драхма, обол, халк). Счетная доска древнегреческого абак разделялась на вертикальные колонки (позднее колонки разграничивались перегородками). Крайняя правая колонка предназначалась для самых мелких единиц счета — халков. В последующих колонках числа выражали удвоенные значения. Так, в четвертой колонке числа были в 8 раз больше, чем в первой. Эта колонка предназначалась для обол (1 обол = 8 халкам). Далее структура абак менялась, переходя на десятично-пятиричный принцип. В новых колонках вначале считали на драхмы, а в старших колонках, которыми заканчивался абак, на таланты. Счетный элемент — камешек — «стоил» один халк, если его расположить в самой правой колонке абак. Если же его положить в самой левой колонке Саламинской плиты, то он будет «стоять» пять талантов. В предыдущей колонке его «стоимость» равнялась одному таланту. Вот почему Полибий (II в. до н. э.) сравнивал судьбу придворных с камешками на счетной доске: захочет счетчик, и они будут стоять один халк, а захочет — так целый талант.

Если с давних времен в Византии употреблялся абак, то не исключена возможность заимствования вычислительного приспособления Русью, которая уже в IX—X вв. имела развитые торговые и другие сношения с Константинополем. Кроме того абак мог попасть на Русь и другим путем, так как этот счетный прибор был достаточно распространен и за пределами Византии.

Какие же имеются свидетельства об использовании на Руси абак?

Большую работу по выявлению и изучению источников о русской вычислительной технике провел И. Г. Спас-

ский. Им написано обстоятельное исследование о происхождении и истории русских счетов [3]. Счеты в своей первоначальной форме («дощаный счет»), по-видимому, сформировались в России не ранее второй половины XVI в.

«Дощаный счет» представлял собой разновидность усовершенствованного абака с несколькими вычислительными полями и закрепленными на прутьях или шнурах счетными элементами — «костями». И. Г. Спасский высказал важное соображение, что на Руси издавна был известен абак архаичного типа (без закрепления счетных элементов на вычислительной доске). До И. Г. Спасского не исключалась такая возможность, но она сводилась к употреблению вычислительного метода, известного под названием «счета на линиях», получившего распространение в Западной Европе с XIII в. Основанием для вывода о применении «счета на линиях» в России служат так называемые русские математические рукописи XVII—XVIII вв., в которых этот прием излагался под названием «счета костьюп, или пенязи». И. Г. Спасский считает, что тем не менее «счет на линиях» русскими не употреблялся. Дело в том, что в «счете на линиях» использовались жетоны с плоским основанием (плодовые косточки для этого мало годились). Археологические материалы не дают сведений об использовании русскими плоских счетных жетонов. Западноевропейские жетоны для «счета на линиях» попадаются в русскихкладах, что указывает на незнание их назначения — как счетных фишек (а не монет). И. Г. Спасский полагает, что русские употребляли свой «счет костьюми», а не «счет на линиях». Поскольку оба вычислительных способа были сходными, то русскому переводчику не составляло труда разобраться в существо западноевропейского метода.

В заголовке соответствующей статьи отразились оба компонента: название применяемого русскими способа «счет костьюми» вводило в курс дела, подчеркивая аналогичность излагаемого иноземного метода — «счета пенязи». Словом «пенязи» русские вычислители именовали западноевропейские жетоны для «счета на линиях».

Если бы русские употребляли неизвестный иностранцам вычислительный метод, то это могло получить отражение в их воспоминаниях о России. И. Г. Спасский указывает два таких текста. Первый принадлежит немцу



Г. Штадену, который был опричником Ивана Грозного. Он имел возможность довольно подробно ознакомиться с русским бытом второй половины XVI в.

Второй фрагмент содержится в записях А. Олеария, посетившего Россию в первой половине XVII в. И тому и другому бросилась в глаза одна и та же особенность русского вычислительного способа — применение плодовых косточек. Наблюдения иностранцев содержат интересные подробности: косточки были сливовые и вишневые, их носили в маленьком мешочке.

Отсюда можно заключить, что наблюдаемый иностранцами «счет костями» отличался от западноевропейского «счета на линиях». Это не был и «дощаный счет», так как иностранцы не упоминают о рамах, в которых закреплялись счетные элементы на прутьях или шнурах. Свидетельство о ношении косточек в мешочках скорее говорит о том, что счетные элементы употреблялись «в россыпи».

При Г. Штадене, а тем более при Олеарии в России уже существовал «дощаный счет». Почему же они не говорят о нем?

Чтобы ответить на этот вопрос, надо учесть причину появления «дощаного счета». Ею является введение во второй половине XVI в. единой окладной поземельной единицы — так называемой большой сохи. Это нововведение должно было способствовать унификации налоговой системы. Новшество имело математический аспект, состоявший в вычислении коэффициентов, по которым с учетом качества земли и сословного положения владельцев устанавливалась условная мера — соха. В соответствии с этим следовало решить две задачи: 1) разработать арифметическую систему действия с дробями для обеспечения возникающих вычислительных нужд, 2) «привязать» эту арифметическую систему к инструменту, посредством которого можно было более рационально выполнять необходимые подсчеты.

«Сошная» арифметика со специфическими «сошными» дробями была разработана. Вторая задача была решена посредством создания «дощаного счета».

Появление «дощаного счета» не могло ликвидировать «счета костями», так как «дощаный счет» первоначально имел узко ограниченное применение — для подсчета величины налога. Основная масса вычислительных потребностей удовлетворялась обычным способом. Этот-то спо-

соб и отмечали иностранцы. Они могли знать или не знать о «дощаном счете», но не могли сослаться на него как на широко распространенный в русской вычислительной практике, ибо таковым «дощаный счет» тогда не был.

Одним из важных результатов исследования И. Г. Спасского является установление возможности существования русской оригинальной вычислительной практики «счета костями». На этой практике базировалась разработка усовершенствованного абака — «дощаного счета», который быстро эволюционировал, превратившись в современные счеты с одним вычислительным полем и десятичным принципом исчисления.

Как глубоко в древность уходила практика «счета костями» на Руси? Этот вопрос выходил за пределы исследования И. Г. Спасского, он его специально не рассматривал. Однако полученные им результаты не противоречат возможности применения «счета костями» в домонгольское время. Западноевропейский «счет на линиях», сложившийся в XIII в., был известен в западных русских землях, вошедших в состав Великого княжества Литовского и других государств [4]. На основной русской территории, по данным И. Г. Спасского, «счет на линиях» не был в ходу, а употреблялся «счет костями». Не значит ли это, что в домонгольскую пору «счет костями» был известен повсеместно на Руси?

Татаро-монгольское нашествие привело к тому, что в XIV в. часть русской территории была захвачена западными государствами. На ней «счет костями» мог быть вытеснен «счетом на линиях». Архаичный «счет костями» сохранился в основной части Руси, оказавшейся в изоляции от Византии, южнославянских стран и Западной Европы в связи с татаро-монгольским порабощением.

Суммируя сказанное выше, можно представить древнерусскую вычислительную технику домонгольского времени в следующем виде. Она могла быть связана с применением абака архаического типа. В качестве счетных элементов могли употребляться «в россыпи» сливовые и вишневые косточки. Выполнив подсчеты, древнерусский вычислитель сыпал косточки в мешочек, который носил с собой. На чем производились вычисления? Что служило вычислительным полем? Иностранные свидетельства XVI—XVII вв. ничего об этом не говорят. Возможно, специальной вычислительной доски не было в домонгольский

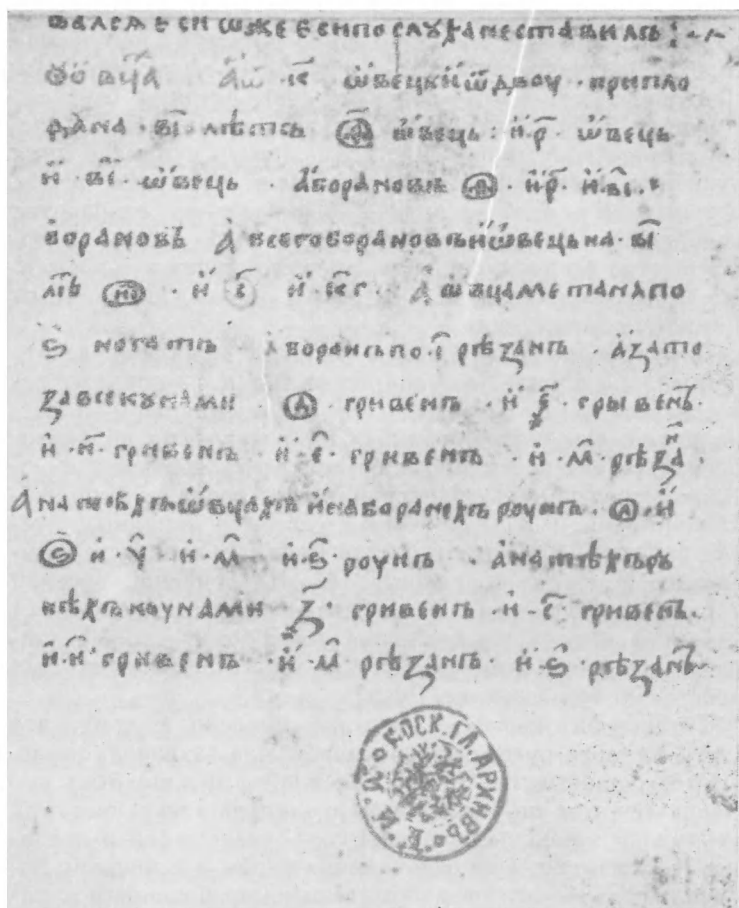


Рис. 11. Отрывок из дополнительных статей «Русской Правды» с математической задачей по пересчету пашуры на деньги

период. В качестве вычислительного поля могла использоваться поверхность стола, скамейки, пола или ровный участок земли. Отличительной особенностью западноевропейского «счета на линиях» было помещение счетных жетонов на «линиях», а не только в промежутках между линиями (в шпациях). Более древний «счет костями» не

должен иметь этой принципиальной черты. По-видимому, древнерусский вычислитель размечал поверхность для счета параллельными линиями на колонки и раскладывал счетные элементы (косточки) в шпациях. Такой облик вычислительной практики более всего соответствует счету на абаке, восходящему к периоду античности. Однако сами правила, по которым выполнялись арифметические действия на древнерусском абаке, могли быть иными.

Нужно различать эти два вопроса. Достаточно полно реконструировать вычислительные правила более трудно, чем обосновать принципиальную возможность употребления абак определенного типа в домонгольской Руси. Вторая, более легкая задача тем не менее имеет очень важное значение. Пока она не решена, все соображения о возможности вычислений в Древней Руси на абаке, основанные на источниках позднего времени, останутся рабочими гипотезами. Они могут подтвердиться, а могут оказаться опровергнутыми. Для окончательного решения вопроса нужно опираться непосредственно на тексты, отражающие древнерусскую вычислительную практику домонгольской поры. Таким является упомянутый в начале главы дополнительный материал «Русской Правды».

§ 2. В Карамзинской группе списков «Русской Правды» дополнительный материал занимает место с 49-й по 65-ю статью. Списков, древнейшие из которых относятся к середине XV в., насчитывается более десятка; все они однотипны, без существенных различий в содержании [5].

Указанные дополнительные статьи представляют собой набор своеобразных арифметических задач с пересчетом природы на деньги. В них речь идет о приплоде скота, пчел и пр. за определенный период с подсчетами стоимости в древнерусской денежной системе. Для образца ниже воспроизводится одна из статей-задач в упрощенной орфографии и с записью чисел в современной нумерации, в подлиннике числа выражены посредством «буквенных» цифровых знаков (рис. 11). «О овцах. А от 20 овец и от дву приплода на 12 лет 90 000 овец и 100 овец и 12 овец, а боранов 90 000 и 100 и 12 боранов. А всего боранов и овец на 12 лет 180 000 и 200 и 23. А овца мятана по 6 ногат, а боран по 10 резан. А за то за все кунами 40 000 гривен и 5000 гривен и 50 гривен и 5 гривен

и 40 резан. А на тех овцах и на боранех рун 300 000 и 60 000 и 400 и 40 и 6 рун. А на тех руних кунами 7000 гривен и 200 гривен и 8 гривен и 40 резан и 6 резан. А руно чтено по резане».

В результате исследований по истории русского права и культуры о статьях-задачах сложилось мнение, которое раскрывается академиком Б. А. Рыбаковым: «Никакого хозяйственного, фискального или юридического значения подобные маниловские расчеты колоссального приплода и будущих богатств маленькой вотчины, разумеется, не имели. Ведь получалось по этим «расчетам» так, что валовой доход от вотчины за 12 лет составил бы 358 760 гривен. Если исключить из этого все зерновые культуры, считая, что они могли пойти на корм скоту, то средний годовой доход вотчинника с этого села составил бы 15 000 гривен. Эта сумма в полтора раза превышает контрибуцию с завоеванной Казани (1376 г.) и в полтора же раза превышает стоимость постройки крепостных стен в Пскове в 1421 г. (200 рабочих строили 3<sup>1</sup>/<sub>2</sub> года). Совершенно ясно, что практического значения эти вычисления не имели, а являлись они, по всей вероятности, учебным пособием для приобретения навыков в хозяйственных подсчетах и в переводе натурy на деньги» [6].

Вместе с тем статьи-задачи из «Русской Правды» — важный исторический источник, содержащий данные о древнерусской «кунной» денежной системе, по которым она реконструируется: 1 гривна = 50 резанам = 20 ногатам [7]. Поскольку к XIII в. на Руси выходит из употребления эта денежная система [8], то рассматриваемые статьи-задачи должны были появиться до этого времени.

Задачи с пересчетом натурy на деньги из «Русской Правды» в математическом отношении изучались неоднократно. Итог в основном был неутешительным. Он сводился к установлению обилия неточностей и несообразностей в числах. Тем не менее за наслоением кажущихся несообразностей советские математики Б. В. Гнеденко и А. П. Юшкевич разглядели определенное рациональное содержание. Они открыли в задачах интересную черту: в тех случаях, когда числовые данные не были слишком искажены, в основе условия проявлялась геометрическая прогрессия со знаменателем 2 [9].

Бросается в глаза, что наряду с большим количеством неверных числовых данных в задачах содержатся почти

безукоризненные результаты, если они касаются сведений о денежной системе.

Обычно ученые сортировали числовой материал дополнительных статей «Русской Правды» по задачам в целом. Считались заслуживающими внимания те задачи, условия и числовые данные в которых имели определенное завершенное смысловое содержание. Таких задач оказалось мало, одна из них воспроизведена выше. Подавляющее большинство задач оказывалось забракованным вместе с содержащимся в них числовым материалом. А нельзя ли поступить так: выбрать во всех упражнениях надежный материал, касающийся финансовой стороны, и проанализировать его независимо от условий задач?

Результат исследования оказался следующим [10]. Переводу природы на деньги посвящены 8 вариантов подсчетов (см. табл. 5). Выделенные варианты подразделяются на две группы. К первой относятся 4 варианта, для их выполнения достаточно одной математической операции: умножения на 1, удвоения (умножения на 2), раздвоения (деления пополам) и утроения (умножения на 3.) Ко второй группе отнесены варианты подсчетов (их также четыре), которые выполняются посредством последовательности двух—четырех современных арифметических операций, из которых по крайней мере одна связана с действием деления. В соответствии с математическим существом, первую группу условно можно назвать группой простейших подсчетов, а вторую — группой усложненных подсчетов.

Слова «умножение на 1» условно обозначают применение нумерационных навыков с заменой наименований.

Например, при стоимости коровы в одну гривну 56 коров будут стоить 56 гривен. С точки зрения представлений, обусловленных нашей привычкой к вычислениям на бумаге, видимой связи между обеими группами подсчетов не обнаруживается. Однако разделение именно на выделенные группы в средневековом источнике может быть вовсе не случайным. Что, если пересчитать варианты на абаке саламинского типа? Если обнаружится между 1-й и 2-й группами подсчетов органическая связь, то ведь это может быть основой доказательства, что данные задач из «Русской Правды» просчитывались на абаке архаичного типа!

Таблица 5

Упорядочение задач по ценам

1	2	3
Цены	Математические действия	Наименования товаров и № задачи (в скобках)

## Группа 1

1 гривна	Умножение на 1	Сено (64), месячный труд батрачки (65), «третьячные» кобылы (54) и коровы (56)
2 гривны	Умножение на 2 (удвоение)	Взрослые коровы (56), месячный труд 2 батрачек (65)
1/2 гривны	Деление на 2 (раздвоение)	Свиньи (51, 53), «лоньские» коровы (56), пчелиный рой с медом (57)
3 гривны	Умножение на 3 (утроение)	Взрослые кобылы (54, 55)

## Группа 2

1 резана	Умножение на 1 (стоимость в резанах), деление на 50 (стоимость в гривнах с остатком в резанах)	Руно (49), сыр (56)
10 резан	Умножение на 10 (стоимость в резанах), деление на 50 (стоимость в гривнах с остатком в резанах)	Бараны (49), козлы (50), масло (56)
6 ногат (15 резан)	Умножение на 6 (стоимость в ногатах), умножение на 5/2 или деление на 2/5 (стоимость в резанах), деление на 50 (стоимость в гривнах с остатком в резанах)	Овцы (49), козы (50), вепри (52, 53), жеребята (54)
30 резан	Умножение на 30 (стоимость в резанах), деление на 50 (стоимость в гривнах с остатком в резанах)	«Лоньские» жеребцы или кобылы (54)

По-видимому, надо начать с анализа структуры подсчетов 1-й группы в соответствии с особенностями средневековых арифметических представлений. А затем — попытаться разобраться в структуре подсчетов 2-й группы на основе данных такого анализа.

К структуре средневековых арифметических действий первая группа подсчетов, выделенных из состава древне-

русских математических задач, имеет следующее отношение. Для «умножения числа на единицу» достаточно знать нумерацию, т. е. способ письменной записи числа. Выполнению соответствующей математической процедуры посвящены варианты денежных подсчетов, связанных с ценой товаров в одну гривну: если количество единиц товара (стога сена, коровы, кобылы и т. д.) равно  $a$ , то стоимость их будет равна  $a$  гривнам.

Аналогично обстоит дело с вариантами подсчетов на умножение и деление на 2 (т. е. на «удвоение» и «раздвоение»), связанных с ценой товаров в 2 гривны (труд батрачек, взрослые коровы) и  $1/2$  гривны (пчелы, свиньи и др.). Если количество единиц товара равно  $a$ , то стоимость в случае «удвоения» будет равна  $2a$  гривен, а в случае «раздвоения»  $a/2$  гривен. Применительно к древнерусским задачам умножение на 3 можно интерпретировать так. Если количество товара (взрослые кобылы) равно  $a$ , то стоимость его по цене в три гривны за единицу товара будет равна  $a + 2a = 3a$  гривен. Этот случай имеет прямое отношение к средневековым арифметическим действиям «нумерации» и «удвоению», причем новое действие — «сложение» — вводится на основе уже известных, что методически целесообразно, ибо при этом действия объединяются единым вычислительным процессом.

Таким образом, структура подсчетов 1-й группы сводится к процедурам, которые в средневековье выступали в качестве арифметических действий (нумерация, удвоение и раздвоение) с их обобщением, условно называемым «утроением». В какой степени связана структура подсчетов 2-й группы с этими операциями?

Вторая группа начинается с варианта подсчетов при цене в одну резану (руно, сыр). Если число единиц товара, продаваемого по резане, удвоить и затем записать в виде десятичной дроби, то получится такой же результат, как при делении на 50. (При этом может получиться «удвоенный» остаток резан.)

Таким же образом все варианты подсчетов, выделенных во вторую группу, можно свести к операциям первой группы: нумерации, удвоению, утроению. В отличие от 1-й группы подсчетов эти действия во 2-й группе выступают в комбинациях с уменьшением результата в 10 или 100 раз. При этом результат получается в гривнах с воз-



можным остатком в «удвоенных» резанах, поэтому для получения остатка просто в резанах нужно осуществить еще раздвоение.

Сейчас операцию десятикратного уменьшения результата легко производят при записи чисел в форме десятичных дробей посредством отделения запятой одного или нескольких последних знаков. В Древней Руси не знали такого способа выражения чисел.

Древнейшим наглядным вычислительным средством, с помощью которого можно осуществлять уменьшение результата в 10 или 100 раз, является древнегреческий абак. Пятирично-десятичная идея выражения чисел на абаке обща многим счетным средствам: китайским и японским счетам, «счету на линиях» и т. п.

Древнегреческий абак состоял из вертикальных колонок, в которых камешками и другими мелкими предметами можно было в нечетных колонках выразить единицы разрядов: от 1 до 4, а в четных — одним счетным предметом (например, камешком) сразу пять разрядов. На рис. 12 показано, как могли обозначать число 365, пользуясь таким абак.

В первой колонке нет косточек (или камешков), во второй — положена одна косточка, что обозначает число 5. В третьей колонке лежит одна косточка, она обозначает один десяток; в четвертой также одна косточка, но она выражает сразу пять десятков, поскольку четвертая колонка — четная. Значит, этими двумя косточками — в третьей и четвертой колонках — обозначается число 60. В пятой колонке указаны три косточки, каждая из которых выражает 100, т. е. вместе 300. Таким образом, на модели абак шестью косточками (или камешками) обозначено число 365.

Применим эту модель к выведенным выше структурам товаро-денежных расчетов. Рассмотрим предварительно простейший случай. Пусть требуется узнать, сколько будет стоить в гривнах 365 коров по цене в 2 гривны и 365 баранов по 10 резан (цены заимствованы из древнерусских задач). Отложим число  $a=365$ , как показано на рис. 12, и разделим колонки схемы абак поперечной чертой. Удвоенный результат  $2a=730$  расположим в верхней части модели (см. рис. 13; косыми крестиками попарно отделены колонки в соответствии с разрядами обозначаемых чисел). Операция удвоения дает результат

Сотни		Десятки		Единицы	
6	5	4	3	2	1
	•	•	•	•	
300		60		5	

Десятки		Единицы			
•	•	•	•		
*	*	*	*	*	*
•	•	•	•	•	
Сотни		Десятки		Единицы	

2a 73 730 365 a

Рис. 12. Пример «записи» числа 365 на абак арханчского типа

Рис. 13. Пример вычислений на модели абак арханчского типа

730 — такова стоимость коров в гривнах. Для определения стоимости баранов в гривнах, кроме удвоения, нужно еще сместить разрядные значения влево на одну пару колонок, как показано на схеме. Тогда получится, что 365 баранов стоят 73 гривны. На этом примере видно, что вычисление стоимости коров по цене в 2 гривны, отнесенное к первой группе сложности, и вычисление стоимости баранов по цене в 10 резан, отнесенное ко второй группе сложности, на модели абак выполняются аналогично: посредством операции удвоения. Разница состоит в различном способе прочтения результата: в простейшем случае число  $2a$  читается в соответствии со способом записи первоначального числа  $a$ . Во втором случае разрядные значения смещаются на одну пару колонок: сотни прочитываются как десятки, а десятки как единицы. Тем самым достигается десятикратное уменьшение числового результата. На основе введенной модели абак операции с десяти- и стократным уменьшением результата осуществляются почти так же просто и быстро, как простейшие операции «удвоения» и «утроения».

Таким образом, обе группы подсчетов, которые кажутся на основе теперешних представлений несовместимыми по сложности арифметических операций, обнаруживают тесную связь между собой с позиции вычислений на

абаке. Характер связи позволяет поставить вопрос: не предназначались ли дополнительные статьи «Русской Правды» для обучения вычислениям на абаке? Начиналось обучение, по-видимому, с упражнений в записи чисел на абаке («умножение на 1»), а также выполнения на нем средневековых действий «удвоения» и «раздвоения». Далее переходили к элементарному комбинированию операций — «утроению». Выработке этих начальных навыков служили подсчеты, объединенные в первую группу.

Перемещая счетный элемент из одной колонки абак в другую, можно изменять его «стоимость». Дополнительные статьи «Русской Правды» свидетельствуют о том, что обратная задача также учитывалась при вычислениях на абаке. Счетный элемент, оставаясь неподвижным, мог изменять «стоимость», если мысленно смещать колонки. При смещении на две колонки (влево или вправо) стоимость возрастала или убывала в 10 раз, а при смещении на четыре колонки — в 100 раз. Мы при письменных подсчетах на бумаге часто прибегаем к подобным десятикратным уменьшениям или увеличениям. Для уменьшения результата в 10 раз мы отделяем запятой один знак, в 100 раз — два знака. Для увеличения числа в 10 раз приписываем к нему нуль, в 100 раз — два нуля.

Подсчеты, выделенные во вторую группу, предназначались для развития навыков первой группы упражнений с одновременным уменьшением результата в 10 и 100 раз. Таким образом, наиболее вероятным следует считать учебное назначение дополнительных статей «Русской Правды», охватывающих основные операции, необходимые для умения пользоваться абакком. Рассмотренные материалы скорее всего являются частью задачника, который предназначался для обучения счету на абаке.

§ 3. Вывод, сделанный в предыдущем параграфе, кажется еще более справедливым в связи с тем, что на его основе получает разъяснение «странная» особенность дополнительных статей «Русской Правды». Здесь числа, выражающие денежные единицы, обладают значительно большей степенью «правильности», чем в целом весь числовой материал. Степень «правильности» столь высока, что позволила Н. П. Бауеру верно реконструировать соотношения между фракциями «кунной» денежной системы. Значит, указанная «странность» имеет объективный смысл и, возможно, заложена в самом характере и

назначении статей-задач «Русской Правды» как учебных упражнений.

По логике, прежде использования абака в хозяйственных нуждах следовало научиться пользоваться счетным прибором.

Здесь можно провести аналогию с сегодняшним состоянием обучения. Производству арифметических действий сейчас учат в младших классах, задолго до собственно профессионального обучения. Не исключено, что и прежде этот принцип отражался в обучении. Сперва старались научить производить вычислительные операции, независимо от будущей деятельности обучающихся, а уж затем знания о производстве арифметических действий «привязывались» к конкретным вопросам хозяйственного или производственного характера.

Если исходить из такого представления, то возможна еще одна аналогия. В современных задачниках по арифметике, как правило, встречаются упражнения, сюжеты которых расходятся с данными сегодняшнего дня: например, самолет или поезд в условиях таких задач движется слишком медленно или спортсмен бежит слишком быстро и т. д. Обусловлены такие погрешности тем, что составители задач не успевают, в связи с быстро идущим прогрессом жизни, вносить необходимые исправления при переизданиях задачников, а также трудностью безукоризненно полного отражения всех вопросов жизни, культуры и науки, на базе которых формулируются условия задач. Но, самое главное, на цели обучения арифметическим действиям такого рода неточности существенного влияния не оказывают. Нечто подобное, так сказать, в средневековом варианте наблюдается в статьях-задачах «Русской Правды».

При изучении дополнительных статей Карамзинской группы списков «Русской Правды» историки (Д. И. Прозоровский, Н. П. Бауер) не могли понять структуру одной из статей, где приводился обобщенный итог, использующий результаты ряда других статей-задач, в качестве суммы дохода от вотчины [11]. Историков ставило в тупик то, что частные результаты, которые суммировались, не все были найдены верно (каждый в своей отдельной задаче). Кроме того, Д. И. Прозоровский обратил внимание на то, что если сложить приводящиеся в задачах итоговые денежные суммы (их 14) в гривнах и резанах, то

получится точно такой же результат, какой указан в одной из задач (№ 63): 179 394 гривны 31 резана — в качестве дохода от всего хозяйства, кроме зерновых.

Н. П. Бауер к этому добавил, что если подсчет дается для определения дохода от хозяйства, то из него надо исключить оплату труда батрачек, который должен идти по статье расходов.

На основе этого можно заключить, что те люди, кто использовал задачник, вероятно, не вдавались особенно в хозяйственный смысл упражнений, в частности, по их принадлежности к статьям дохода или расхода. К задачам обращались, по-видимому, из-за числовых данных, позволявших производить вычислительные операции по переводу натуры на деньги с пересчетом одних денежных фракций в другие. Если исходить из представления, что древнерусские статьи-задачи, кроме обучения вычислительной математике, предназначались для обучения конкретным навыкам хозяйственной деятельности, то придется признать их непригодность для этого. Ибо даже наименее уязвимая в хозяйственном отношении задача курьезна по своей бесхозяйственности, так как в ней среди дохода указана сумма (оплата труда батрачек), которая должна идти по статьям расхода.

Если рассматриваемые древнерусские задачи являлись учебно-математическими и никакого другого предназначения не имели, то как относиться к тому, что конечные результаты в них выражены в совершенно конкретной, имевшей распространение в Древней Руси «кунной» денежной системе? С учетом этого обстоятельства статьи-задачи из «Русской Правды» характеризуют перевод натуры на деньги, т. е. отражают определенный хозяйственно-финансовый аспект жизни Руси. Как будто бы получается противоречие со сделанным выводом о чисто учебно-математическом характере задач. Однако это противоречие может служить дополнительным аргументом в пользу заключения о том, что древнерусские статьи-задачи были именно учебными упражнениями на счетном приборе типа абак.

Как древнегреческий абак и его различные модификации, так и русские счеты были вычислительными приспособлениями для действий с именованными числами.

В конструкции абак «запрограммирована» определенная денежная система, поэтому числовые значения на

абаке как бы автоматически получали денежную форму выражения.

«Дощаный счет», из которого развились русские счеты, имел различные варианты в зависимости от конкретных вычислительных потребностей. Если требовалось подсчитать денежную сумму, то использовалась «счетная доска», «запрограммированная» применительно к денежной системе. Если нужно было найти количество товара по весу, то пользовались другой схемой абакa, «запрограммированной» относительно мер веса.

С изменением денежной системы менялась и конструкция наглядно-вычислительного средства (абакa). Интересным в такой связи является факт создания модификации русских счетов известным болгарским мыслителем, поэтом и революционером Христо Ботевым. В 1873 г. он перевел с русского языка учебник арифметики П. В. Михайлова, в котором материал излагался с использованием счетов. В Болгарии в то время имела распространение турецкая денежная система, не совпадавшая по структуре с русской. Христо Ботев внес в модель русских счетов изменение, приспособив их к местной денежной системе, и результаты вычислений переформулировал в соответствующей денежной лексике [12].

Этот пример показывает, что еще сто лет назад счеты сохраняли тесную связь с употреблявшейся денежной системой, которая «программировалась» в их конструкции. Сейчас счеты воспринимаются как прибор, облегчающий вычисления с абстрактными числами. Косточки соседних рядов на счетах находятся в постоянном числовом отношении 1 : 10, за исключением одного «безработного» ряда с четырьмя косточками. Этот ряд является своеобразным атавизмом, отражающим структуру (1 : 4) дореволюционной системы мер, весов и денежных единиц. В сохранившейся конструкции счетов в рудиментарной форме представлена их бывшая «запрограммированность» под определенную систему именованных чисел.

Таким образом, если в Древней Руси употреблялось наглядно-вычислительное приспособление, то в нем должна была быть «запрограммирована» функционировавшая денежная система. Математические тексты, служившие целям овладения этим древнерусским абакoм, должны были характеризоваться двойственным отношением к хозяйственно-финансовой «тематике», которое как

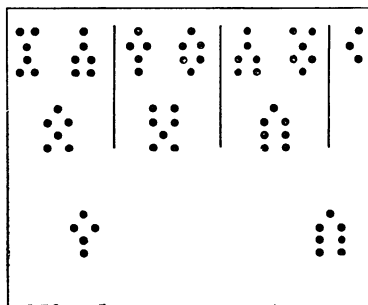


Рис. 14. Миниатюра из Радзивиловской летописи с предполагаемой схемой вычислений на абакѣ

Рис. 15. Воспроизведение предполагаемой схемы вычислений на древнерусском абакѣ по Радзивиловской летописи

раз представлено в статьях-задачах «Русской Правды». Хозяйственный быт в них отображен условно и неточно, а денежная система — правильно и полно.

Итак, соображения о характере древнерусской вычислительной техники позволяют более правильно понять существо важнейшего исторического источника о «кунной» денежной системе — дополнительных статей Карамзинской группы списков «Русской Правды».

В памятниках письменной культуры и искусства Руси может в каких-то иных формах отразиться практика использования наглядного вычислительного приспособления, помимо рассмотренных задач. На одной миниатюре в «Радзивилловской летописи» конца XV в. имеются группы точек, напоминающие числовые операции на абакe (рис. 14). Миниатюра иллюстрирует летописную запись 1182 г. об осаде Торжка [13]. Предполагаемое изображение абакa приводится в правой части миниатюры как бы на земле, под передними ногами лошади дружинника, держащего стяг (рис. 15).

Рисунок в летописи сохранился в неполном виде. Осталось только три точки в крайней правой колонке, остальные были обрезаны при переплете рукописи. В трех колонках находятся по три группы точек в виде треугольника с вершиной, повернутой вниз. Точки двух левых колонок с присоединением пяти точек, расположенных под этими колонками, группируются в фигуру из трех треугольников. Здесь, может быть, отображен результат какого-то гадания. Проверить вывод можно было бы по данным двух правых колонок, но поскольку точки крайней правой колонки целиком не сохранились, то можно поставить вопрос лишь о принципиальной возможности существования аналогичной фигуры из треугольников.

Следует остановиться на вопросе о роли на миниатюре вертикальных линий, разделяющих группы точек. И без них точки в двух верхних рядах композиционно складываются в треугольники. Если же учитывать точки третьего, самого нижнего ряда, то эти линии скорее мешают, чем облегчают выделение главных фигур из трех треугольников. Следовательно, указанные линии должны нести какую-то функцию, отличную от простого разделения точек на группы.

Как в Древней Руси наглядно могли выразить мысль, что определенная группа точек должна восприниматься в числовом значении, а не иначе? Можно рассчитывать, что в таком случае точечное или подобное простейшее счетное обозначение числа будет сопровождаться каким-то сигнальным символом счетной операции. Если в соответствующее время на Руси вычисления на абакe были распространенным делом, то можно ожидать, что в качестве такого знака будет указано схематическое изображение абакa. Поэтому одним из объяснений смысла верти-



кальных линий на миниатюре может быть то, что ими выражается идея счетной операции, нужная для того, чтобы точки под копытами коня не приняли за орнаментальный элемент или какие-то второстепенные детали рисунка, а верно поняли бы в качестве числовых. Если согласиться с таким объяснением, то, несмотря на условность изображения, в нем отражаются следующие черты, присущие древнегреческому абаку (в отличие от «счета на линиях»): вертикальность колонок и расположение точек в шпациях.

На основе анализа миниатюры можно сделать следующий предварительный вывод, который согласуется с данными о существовании древнерусского счетного приспособления по материалу дополнительных статей Карамзинских списков «Русской Правды». На миниатюре изображена имеющая общие черты с древнегреческим абаком модель счетного приспособления, употреблявшегося на Руси в домонгольское время. В случае употребления на Руси абака архаичного типа процесс счета на нем должен иметь внешне общие черты с тем, как он осуществлялся у других народов, использовавших абак. На античной вазе сохранилось изображение вычислителя на абаке (рис. 16). Человек сидит перед небольшим столом, на котором он одной рукой перемещает счетные элементы (камешки?), производя таким образом вычисления в колонках абака, «стоимостное» значение которых указано буквенными символами. В другой руке вычислитель держит открытую церу с записанными числами.

Церы употреблялись и на Руси, древнейшие из них, найденные археологами в Новгороде, датируются концом XI в. (рис. 17). В качестве счетного поля мог использоваться не обязательно стол, а любая ровная поверхность, например пол или просто земля. Для числовых подсчетов достаточно было провести на земле параллельные линии — и счетное поле абака было готово. Такой пример дает указанная миниатюра из «Радзивилловской летописи». Располагая в получившихся колонках вишневые или сливовые косточки и затем перемещая их в зависимости от исходных числовых данных, записанных на восковой поверхности церы острой палочкой («писалом»), которой, кстати, могли быть прочерчены и линии на земле, находили искомый результат. Его также заносили в церу, а после использования восковую поверхность за-

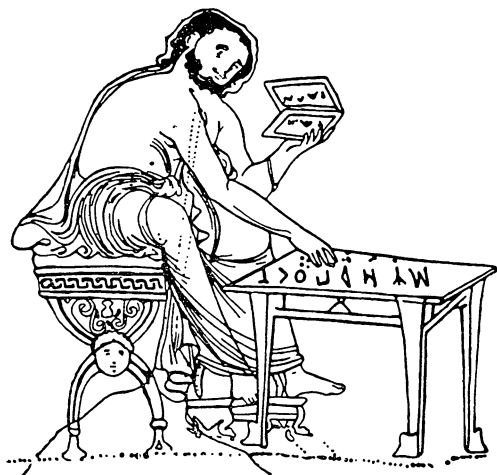


Рис. 16. Изображение на античной вазе вычислителя на абаке

равнивали (второй конец «писала» имел для этого форму лопаточки), приводя в готовность для новых подсчетов [15].

Найденные археологами древнерусские церы небольшого размера. Например, цера с вырезанной азбукой на обороте рубежа XIII—XIV вв., о которой говорилось в 1-й главе, имеет величину 18 на 7 см. Площадь восковой поверхности (за счет бортиков деревянной основы) будет еще меньше: величиной с небольшую ладонь (детскую).

§ 4. Достаточен ли такой размер цер для записи нескольких чисел порядка сотен тысяч и десятков миллионов? Именно такие числа встречаются в статьях-задачах «Русской Правды» и хронологико-математическом сочинении Кирика Новгородца «Учение им же ведати человеку числа всех лет» (1136 г.). В статьях-задачах это числа: 360 446, 180 223, 179 394, 90 112, 90 111, 73 728, 60 144, 49 140, 45 055 и др., в «Учении» Кирика — 29 120 652, 2 426 721, а также числа порядка сотен тысяч. Такие большие числа в средневековый период не имели унифицированной формы записи. Числа порядка нескольких миллионов содержатся уже в славянском «Шестодневе» X в. Иоанна экзарха Болгарского (сохранившийся древнейший спи-

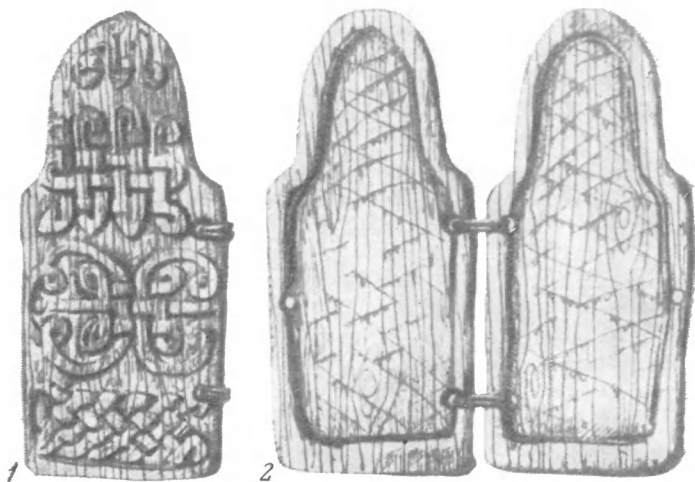


Рис. 17. Образец древнерусской церы — дощечки, заполнявшейся воском, по которому можно было писать особым заостренным стержнем.

сок — 1263 г.). Здесь большие числа выражаются в комбинированной форме: на основе 27 знаков византийской нумерации с использованием числового термина «тьма», что значит 10 тысяч. В такой системе в «Шестоднев» число 3 миллиона записывалось в виде ТЪМЪ·Т̄, т. е. 300 «тем», что значит  $300 \times 10\,000 = 3\,000\,000$ .

Если употреблялась бы такая комбинированная форма для тех чисел, которые встречаются в статьях-задачах «Русской Правды» и «Учении» Кирика, то на небольшой площади воска на церах можно было бы поместить лишь два-три числа. Статья-задача, которая была приведена выше, насчитывает свыше десятка чисел, из которых шесть — порядка десятков и сотен тысяч (см. рис. 11, с. 50). Числовые данные одной такой задачи трудно было бы уместить на цере, если их записывать в комбинированной форме.

По всей видимости, они так не записывались. Позднейшие копии указанных источников, относящиеся к XV—XVI и последующим векам, свидетельствуют об употреблении особого знака десятка тысяч. Он представлял собой окружность, в которую заключалась византийская («буквенная») цифра. Например, знаком ® переда-

пѣхъ. иже хъ пѣнѣ а за вѣдѣ. да пре  
же конѣ у нѣ скопѣ а дѣ тѣ вѣше. бесконѣ  
у нѣ ко пѣ у нѣ ко пѣ нѣ мѣ тѣ. дѣ мѣ тѣ жѣ естѣ  
ѡмѣ рѣ нѣ нѣ. пѣ дѣ хѣ да шѣ нѣ ѡ зѣ хъ  
дѣ тѣ хъ пѣ рѣ кѣ лѣ дѣ нѣ хъ. иѣ вѣ лѣ шѣ ю жѣ  
сѣ нѣ мѣ. вѣ лѣ стѣ нѣ мѣ дѣ а нѣ вѣ дѣ тѣ мѣ у нѣ  
у лѣ кѣ тѣ. а сѣ нѣ у нѣ сѣ а нѣ рѣ ско нѣ ѡмѣ рѣ у нѣ нѣ  
нѣ. нѣ а сѣ лѣ жѣ а нѣ шѣ сѣ а сѣ вѣ тѣ а нѣ хъ. иѣ кѣ лѣ  
тѣ дѣ шѣ вѣ нѣ ю сѣ лѣ пѣ о тѣ. а вѣ сѣ у нѣ нѣ а нѣ вѣ  
бѣ о лѣ зѣ нѣ. сѣ вѣ тѣ а нѣ вѣ лѣ нѣ а нѣ тѣ сѣ а. а нѣ жѣ  
пѣ рѣ зѣ нѣ лѣ кѣ лѣ нѣ нѣ сѣ тѣ бѣ кѣ лѣ о тѣ. ѡ кѣ нѣ  
дѣ вѣ нѣ сѣ кѣ о рѣ лѣ nѣ. иѣ вѣ а nѣ тѣ сѣ вѣ рѣ шѣ нѣ нѣ  
зѣ хъ хъ дѣ а лѣ. пѣ а кѣ о тѣ nѣ мѣ вѣ дѣ шѣ нѣ сѣ  
рѣ шѣ нѣ у нѣ о сѣ мѣ рѣ тѣ. тѣ жѣ пѣ рѣ кѣ лѣ o tѣ nѣ зѣ nѣ  
пѣ нѣ nѣ нѣ nѣ o пѣ у а тѣ tѣ nѣ a nѣ xъ. сѣ a nѣ  
сѣ a zѣ a nѣ tѣ a nѣ pѣ a nѣ a nѣ a nѣ o. а nѣ сѣ o nѣ sѣ tѣ nѣ  
пѣ rѣ kѣ a tѣ nѣ a tѣ dѣ nѣ e. nѣ e tѣ sѣ pѣ lѣ a nѣ sѣ a  
кѣ a nѣ o tѣ. nѣ o gѣ nѣ o sѣ лѣ o vѣ sѣ nѣ. а nѣ vѣ rѣ a nѣ tѣ o  
сѣ zѣ a nѣ u nѣ vѣ sѣ tѣ nѣ. nѣ mѣ jѣ gѣ rѣ xъ xъ dѣ nѣ  
tѣ vѣ u lѣ kѣ tѣ. nѣ rѣ pѣ a nѣ a nѣ o tѣ nѣ tѣ. bѣ mѣ  
nѣ dѣ nѣ nѣ tѣ mѣ zѣ nѣ a nѣ mѣ o  
вѣ tѣ dѣ nѣ vѣ zѣ nѣ cѣ rѣ o tѣ u lѣ cѣ nѣ pѣ tѣ nѣ mѣ

Рис. 18. Текст из «Апокалипсиса» XIV в. с символом 10 тысяч («тьма») в значении «темнота»

валось число 20 000. В 1-й главе уже говорилось, что наличие этого особого цифрового символа в домонгольской Руси документально подтверждается подлинной записью XII в.  
Появление особой символики больших числовых рядов может быть результатом существования на Руси

развитой вычислительной практики с использованием чер. Распространение вычислительной культуры могло стимулировать расширение предела счета и средств (символов) для сокращенного обозначения больших чисел.

Если знак «тем» (10 тысяч) в виде окружности действительно появился в связи со счетом на абакe с использованием чер, то по степени известности этого символа можно судить о распространенности древнерусского абакa.

«Буквенные циффы» иногда употреблялись на месте слов, которые им соответствуют количественно. Такой пример известен в «Изборнике» 1076 г. Здесь в слове «сторицею» неоднократно первый слог заменяется цифровой «сто» — знаком «рцы», что порождает запись вида: «.р. рицею». Если в быту древнерусского человека привычным был абак, то новый цифровой знак «тем» (10 тысяч) мог употребляться не только в цифровом значении, но для выражения понятия «мрак» в смысле — «темнота».

Соответствующий пример находим в «Апокалипсисе с толкованием Андрея Кесарийского» по списку XIV в. [14] (рис. 18).

Следует учитывать, что переписчик рукописей, заменивший слово «темнота» математическим знаком «тъма» (10 тысяч), пошел на это не для того, чтобы зашифровать текст, сделать его непонятным для непосвященного. Это, скорее всего, известное многим сокращение, которое писец употребил, будучи уверенным, что его правильно поймут.

Неясно, указанный символ был внесен последним переписчиком рукописи, т. е. уже в XIV в., или одним из его предшественников? Если предпочесть последний вариант, то знак «тем» в нечисловом значении мог появиться в рукописи еще в домонгольскую пору. Затем он «кочевал» из копии в копию до списка XIV в., откуда мы узнаем об этом случае.

По-видимому, в позднейших текстах есть и другие косвенные свидетельства существования в домонгольской Руси развитой системы арифметического просвещения с употреблением абакa. На какого рода материалах надо сосредоточить внимание? В первую очередь на тех, которые могут быть связаны с начальными арифметиче-

скими операциями на средневековом абакe: нумерацией, удвоением и раздвоением.

Способы записи чисел (нумерация) были специальным объектом изучения или определенным атрибутом древнерусской математической культуры. Сохранились числовые берестяные грамоты XIII—XIV вв., представляющие собой фрагменты «цифровых азбук». Они были подробно рассмотрены в 1-й главе. Эти источники свидетельствуют о том, что древнерусская «кириллическая» нумерация была предметом школьного изучения в период татаро-монгольского ига.

В грамоте № 342 в состав знаков входит особый символ десяти тысячного разряда. Как известно, он уже существовал в XII в.

Вероятно, еще в домонгольский период «спрос» на знак десяти тысячного разряда привел к включению этого обозначения в цифровые алфавиты. И наоборот, такие «алфавиты» способствовали популяризации этого символа в письменной практике. Кроме рассмотренных случаев учебной и церковной литературы XIV в., десяти тысячный знак проник в тайнописание и летописание. Так, в «Апостоле» 1307 г. знак «тем» включен в тайнописную запись. Его знает Новгородская харатейная летопись в статье 1315 г.

В период татаро-монгольского ига были представлены также действия раздвоения и удвоения. Помимо арифметических операций, они использовались в тайнописании. Соответствующие криптограммы, их называют «счетными», известны с начала XIV в. Метод зашифровки таков. Буквы, которые не имеют цифрового значения, остаются незамененными, остальные «раздваиваются». Если буква-цифра четная, то она заменяется парой точных половинок. Например, Д (4) заменялась парой ЕЕ ( $E=2$ ) по принципу  $4=2+2$ . Если буква-цифра нечетная, то она заменялась парой приближенных половинок. Например, З (7) заменялась парой ДГ ( $D=4, G=3$ ) по правилу  $7=4+3$ .

Положим, надо было зашифровать слово ЯЗЪ, т. е. «я». Крайние буквы цифрового значения не имели, их оставляли неизменными, а вместо З (7) подставляли соответствующую пару слагаемых Д(4)+Г(3), получалось ЯДГЪ.

Выбрав из тайнописных примеров XIV в. цифры-пары,

можно свести их в таблицу. Получится тайнописный ключ, подобный которому использовали на Руси. Анализ данных приводит к выводу, что тайнописным ключом была «рабочая» таблица, по которой выполнялись арифметические операции «раздвоения» и «удвоения». В таком случае «ключ» должен содержать один небуквенный знак — «копцу» (90), который «раздваивался» на знаки НМ (Н=50, М=40) по правилу  $90 = 50 + 40$  (см. табл. 6).

Таблица 6

Реконструкция математической таблицы «раздвоения—удвоения» по древнерусским тайнописям XIV в.

	Единицы	Десятки	Сотни
1	Ѧ	І = ЄЄ	Р = НН
2	Ѣ = ЯЯ	К = ІІ	Ѓ = РР
3	Г = ЪЯ	Л = КІ	Т = ЃР
4	Д = ЪѢ	М = КК	Ѥ = ЃЃ
5	Є = ГѢ	Н = ЛК	Ф = ТЃ
6	Ѥ = ГГ	Ѧ = ЛЛ	Х = ТТ
7	Ѧ = ДГ	О = МЛ	Ѧ = ѤТ
8	Н = ДД	П = ММ	Ѧ = ѤѤ
9	Ѧ = ЄД	Ѓ = НМ	Ѧ = ФѤ

Как доказать, что в тайнописании действительно употребляли математическую таблицу с небуквенным знаком? Ведь при зашифровке букв он, казалось, никак не мог встретиться, поскольку не был буквой. В то же время, если бы такой редкий случай попался, он стал бы искомым доказательством. В научной литературе такой пример известен. Правда, он не рассматривался в связи с поставленным вопросом. Это южнославянская криптограмма конца XIV—начала XV в., которая раскрывается так: Ѧ ѢЄ П И Ѓ Ѧ НИКОЛИЦѦ [16].

Указанная древнейшая южнославянская «счетная» криптограмма имеет дефект специфического характера: при ее расшифровке на месте буквы «с» в слове «писа(л)» оказывается небуквенный цифровой знак «коппа» (90). Эта странность получает вполне естественное объяснение, если учесть облик реконструированной таблицы «раздвоения — удвоения». Единственный небуквенный знак «коппу» (90) писцы могли спутать (и путали, что подтверждается источниками) с буквой «с» в случае небольшого или плохо обозначенного вертикального элемента. При этом процесс превращения «коппы» в «с» проходит как бы по схеме  $\zeta \rightarrow \varsigma \rightarrow c$ . Если писец пользовался тайнописным ключом, наподобие таблицы «раздвоения — удвоения», в которой «коппа» испытала такое превращение, то он, желая зашифровать «с», вместо слагаемых, на которые соответствующая цифра «раздваивалась» ( $G=200=100+100=\rho\rho$ ), мог употребить слагаемые «раздвоенной» «коппы» ( $\varsigma[-c]=90=50+40=H\Lambda$ ).

Указанная «странная» замена в наиболее раннем южнославянском примере «счетного» тайнописания могла появиться при условии дефектности ключа с «с» на месте «коппы» в сочетании с непониманием математического существа применяемого тайнописного ключа.

Непонимание южнославянским тайнописцем математического принципа подтверждается той же криптограммой. У южных славян знак Ц употреблялся в значении 900, поэтому его следовало представить парой ФХ (500 и 400) по правилу  $900=500+400$ . Поскольку он оставался без замены, тогда как остальные буквы-цифры заменены соответствующими парами, то математический принцип «счетной» криптографии, по-видимому, южнославянскому тайнописцу не был известен, и он пользовался готовым ключом. Этот же факт незамененности Ц в древнейшем южнославянском примере «счетного» тайнописания свидетельствует о том, что в ключе не содержался указанный знак, т. е. ключ был византийским или древнерусским. Судя по типу замен, в которых слагаемые расположены в порядке убывания, южнославянский тайнописец пользовался древнерусским ключом.

Таким образом, известный давно тайнописный пример становится ярким свидетельством, подтверждающим концепцию о южнославянском заимствовании древнерусского



«счетного» тайнописания и одновременно доказывающим, что тайнописным ключом служила математическая таблица «раздвоения — удвоения» [17].

Подтверждением существования операции раздвоения может служить структура многих древнерусских мер. Так, от названия меры земли «выть» шли ее доли: полвыти, четъ (четверть выти), полчети, полполчети, полполполчети и т. д.; от полчети: осьмина, полосьмина; от четверика: полчетверик, полполчетверик, малый четверик, полмалый четверик. Древнерусская мера длины сажень делилась на доли по принципу 2, 4, 8, 16.

О существовании операции удвоения, может быть, свидетельствует особое древнерусское определение — «сугубое», выражающее удвоенное значение числа. Для примера можно привести текст из тайнописи XVII в.: «присовокупляи троесотное сугубое з двоесотным к сим же и единосотное су[гу]бое», что значит: «прибавь 300 удвоенное к 200, а к ним 100 удвоенное», т. е.  $300 + 300 + 200 + 100 = 1\,000$  [18].

Таким образом, средневековые начальные арифметические операции (нумерация, удвоение, раздвоение), очевидно, существовавшие в домонгольской Руси, сохранялись и впоследствии. Не будет большой натяжкой считать, что их наличие в период татаро-монгольского ига было обусловлено достаточно развитой вычислительной культурой (с использованием абака), достигнутой Русью в предшествующий период.

Обозревая изученные источники и сделанные на основе их анализа заключения, следует отчетливо представить, что вывод об использовании на Руси в X — первой половине XIII в. абака не имеет подтверждений в подлинных материалах указанного периода. Исключение представляет документальный факт употребления особого знака десяти тысячного разряда в древнерусской рукописи XII в. Это при условии, что указанный знак имеет отношение к инструментальному счету.

Таким образом, сделанный вывод является результатом теоретического научного поиска. Отсюда видно значение вопроса о правильности анализа всех доступных источников. Поэтому суммируем вкратце существенные моменты проведенного исследования. Априорной была посылка о возможном использовании абака на Руси. Она удовлетворяет стадильно-сравнительному подходу:

абак был известен во многих соседних странах Запада и Востока в период государственного развития, подобного существовавшему на Руси в X—XIII вв. Основным источником в доказательстве применения абак на Руси выступают дополнительные статьи-задачи «Русской Правды». По «кунной» денежной системе их можно датировать домонгольским временем. Очень важен анализ математической структуры статей-задач. Он выявил начальные шаги средневекового математического просвещения (нумерация, раздвоение, удвоение) применительно к процессу счета на абаке.

Анализ источников учитывал возможность использования чер для записи промежуточных вычислений. Система абак—цера рассмотрена в сочетании археологических находок чер с существованием особого знака десяти тысячного разряда, который мог применяться для компактной записи на восковой поверхности чер. В качестве подтверждения распространенности абак в Древней Руси рассмотрена миниатюра, по-видимому, содержащая его схематическое изображение. Дальнейшие рассуждения опираются на предпосылку: если абак был в домонгольское время, то следы инструментального счета должны сохраниться в последующий период. В этой части рассуждений важное значение принадлежит изысканиям И. Г. Спасского, который установил, что в XVI—XVII вв. русские применяли оригинальный «счет костыми», неизвестный иностранцам. И. Г. Спасский не исключал возможность древних корней на русской почве «счета костыми». Таким образом, идея древнерусского абак архаичного типа находит продолжение в процедуре счета косточками «в россыпь» в послемонгольское время.

Анализ источников показал, что древнерусский инструментальный счет представляет собой комплексную проблему, связанную с особенностями средневекового математического просвещения. Древнерусский счет на абак был бы невозможен без определенного развития навыков в нумерации и выполнении операций раздвоения и удвоения. В таком случае должны были сохраниться соответствующие следы. В этой связи заслуживает внимания значительный уровень нумерационных навыков и использования действий раздвоения и удвоения в XIV и последующих веках. Выявленные ранее, а также новые связи внутри ряда источников и между различными мате-

риалами получают достаточно убедительное истолкование на основе существования древнерусского абака в домонгольский период.

Возвращаясь к цитированной выше статье В. К. Кузакова, можно констатировать, что упомянутый им парадокс древнерусской математики полностью разъясняется на основе возможности инструментального счета в Древней Руси.

Следов письменных арифметических подсчетов, на отсутствие которых справедливо указывает В. К. Кузаков, и не должно быть, если вычисления производились на счетном приборе, а промежуточные результаты записывались на воске церы. Причем искомый результат получался не по теперешним правилам сложения, вычитания, умножения и деления, о которых говорит В. К. Кузаков, а принципиально иначе. Он достигался посредством нескольких перемещений косточек по особым образом размеченному счетному полю абака. Математической основой этих перемещений были нумерационные навыки и архаичные действия «раздвоения» и «удвоения».

Приведенное теоретическое обоснование существования древнерусского абака вооружает нас рядом данных, на основе которых можно сформулировать следующие прогностические рекомендации для археологических поисков. В результате могут быть сделаны находки, которые послужат прямым доказательством инструментального счета в домонгольской Руси. В свете изложенного интерес представляют поверхности, размеченные линиями, проведенными мелом, углем или каким-либо другим подобным пишущим средством, а также процарапанные острым орудием. Особенно важно учитывать найденные по соседству мелкие предметы, которые могли использоваться в качестве счетных элементов: камешки, сливовые и вишневые косточки, может быть, пряслица и т. п. Необходимо фиксировать положение этих предметов при их обнаружении, чтобы можно было впоследствии попытаться реконструировать вычислительные записи. Не исключена возможность существования соответствующих граффити на стенах древних построек или среди обломков строительного материала — с отметками счетных единиц посредством точек, крестиков или каким-то иным аналогичным образом.

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ  
ТВОРЧЕСКАЯ МЫСЛЬ

§1. Нумерационные навыки и вычислительная практика в домонгольской Руси были тесно связаны с развитием средневековой математической культуры. Основой древнерусского «цифрового языка» была византийская нумерация. Древнерусский абак также, по-видимому, являлся модификацией вычислительного средства, уходящего корнями в античность. Нет сомнений, что древнерусской математике было присуще самостоятельное развитие. В частности, в нумерации элементы самостоятельности были значительными. Однако это развитие обусловлено определенными рамками средневековой математики. Средневековая математика не была единой. По облику в ней, по-видимому, можно выделить несколько регионов, в которых был свой центр, или генератор, идей. Русь принадлежала к региону, в котором математические идеи генерировала Византия, питавшаяся плодами античной научной мысли.

В настоящей главе пойдет речь о вопросах, связанных с оригинальными идеями древнерусской арифметической культуры, которых, возможно, не знали другие народы. Будет также сделана попытка хотя бы в первом приближении установить, какое значение имела математическая культура для древнерусского историко-литературного процесса в целом.

Следует иметь в виду, как понималась и ценилась в средневековом обществе оригинальная, новая идея. Об этом применительно к развитию литературы академик Д. С. Лихачев писал следующее: «Между древней русской литературой и новой существует решительное различие в темпах и типе развития. Давно уже было обращено внимание на то, что средневековые литературы развиваются медленнее, чем литературы нового времени. Одна из причин состоит в том, что писатели и читатели

не стремятся к новому как к таковому. Новое для них не является само по себе некоторой ценностью, как это типично для XIX и XX вв.» [1].

Не была, очевидно, исключением и математическая сфера деятельности в понимании нового. Как средневековые математики «профессионалы», так и потребители математических методов не видели ценности в математических идеях, если они были «новыми». Значит, приступая к анализу оригинальных проявлений древнерусской арифметической мысли, надо быть готовым, что соответствующее развитие охватывало длительное время, в каждый краткий период характеризуясь лишь определенной тенденцией. Кроме того, следует ожидать, что новое в древнерусской математике могло как бы маскироваться, рядиться в «старые одежды».

Чем обусловлен такой традиционализм средневековья? Особенности мировоззрения, которое было теологическим. В самой основе христианского мировоззрения человеческая мысль ориентировалась не на творчество, а на преклонение перед авторитетом, «в принципе всякая мысль облекалась в образы христианского мифа, в традиционную фразеологию, почерпнутую из Священного писания» [2].

Для человека Древней Руси традиционализм трансформировался через религиозную сферу в известную фетишизацию традиций византийской культуры и научной мысли. Научное знание, связанное с греческой культурой, не обязательно воспринималось как требующее дополнительного истолкования в религиозном духе. Новое же научное знание, отсутствующее у греков, в таком истолковании нуждалось.

Теологичность мировоззрения дает пищу для попыток идеалистического истолкования математического знания, которое по своей сущности является диалектико-материалистическим.

Попытки связать древнерусское математическое творчество с мистикой было сделано более полстолетия назад А. И. Филипповым. В частности, он утверждал: «Начертания символов высших разрядов также указывают на их мистический характер. Так, символы тьмы, легеона и леодра образуют ореолы, внутри которых помещается цифра разряда. Символ  $\begin{smallmatrix} \dot{\equiv} \\ \equiv \\ \equiv \end{smallmatrix}$  напоминает «шестикрылого

серафима» [3]. Концепция А. И. Филиппова оставила некоторый след в советской историко-математической литературе.

Вот, например, как объяснял происхождение древнерусских обозначений больших числовых разрядов И. И. Чистяков: «Оказывается, что они — религиозного и мистического происхождения. Об этом говорит уже самый вид соответствующих символов; например, знак леодра — буква в лучах — напоминает солнечное сияние; знак наибольшего числа  $10^{49}$  — буква Ы с тремя чертами снизу, с правой и левой стороны и крестом наверху — знак шестикрылого серафима» [4].

Вскрытие причин появления этой концепции имеет прямое отношение к проблеме формирования древнерусских математических представлений. Действительно ли творческая мысль древнерусской математики находила импульс в религиозной мистике, как полагали А. И. Филиппов и И. И. Чистяков?

Правильное решение этого вопроса имеет важное теоретическое и идеологическое значение. Следует учитывать, что в современной буржуазной литературе реакционная теория о ритуальной сущности человеческой цивилизации опирается на тезис о якобы провиденциальном происхождении счета и геометрии [5]. Поэтому концепция А. И. Филиппова нуждается в подробном критическом рассмотрении.

В вопросе происхождения древнерусской системы больших числовых разрядов необходимо различать две стороны: 1) истоки системы, 2) ее историческое развитие.

Аспект истоков системы обозначений больших чисел на уровне имеющихся источников не дает оснований для окончательного вывода об исключительно древнерусском происхождении первого из обозначений — знака десяти тысячного разряда «тем» в виде сплошной окружности, в которую помещалась «кириллическая» цифра (об этом знаке рассказывалось во 2-й главе). Вместе с тем именно такая трактовка выглядит наиболее убедительной по сравнению с возможными двумя другими — южнославянской и византийской.

В пользу южнославянского происхождения символа «тем» говорит: 1) вероятное заимствование этого термина из старославянских источников в значении 10 тысяч;

2) употребление его для записи точных чисел порядка нескольких миллионов в «Шестодневе» Иоанна экзарха Болгарского в X в. От выражения больших чисел, как в «Шестодневе», к символу «тем» оставался один шаг. Был ли он сделан уже в старославянской литературе X—XI вв. или лишь на древнерусской почве в XI—XII вв., это предстоит еще выяснить. Если исходить из представления о переходе к знаку «тем» (10 тысяч) в связи с потребностью в компактной записи чисел при использовании счетного средства типа абака, то следует учесть, что астрономические числовые данные, приводящиеся в «Шестодневе», очевидно, были заимствованы готовыми из греческих источников [6]. К тому же следов вычислений с числами порядка нескольких миллионов в старославянской литературе не содержится. Сопоставив это с фактом независимости древнерусских математических текстов («Учения» Кирика и соответствующих статей из «Русской Правды») от каких-либо южнославянских оригиналов, приходим к следующему выводу. Не исключая полностью возможность появления знака десяти тысячного разряда на южнославянской почве с последующим его переносом в древнерусскую практику, более перспективным для дальнейшего изучения в соответствии с имеющимися данными представляется трактовка происхождения этого символа — в связи с развитием вычислительной культуры на Руси — независимо от старославянского влияния.

В пользу византийского происхождения символа «тем» говорит существование уже в древнегреческий период термина «мириада» (10 тысяч), а также употребление знака М (по-видимому, по первой букве указанного слова) рядом с «буквенными» цифрами (сбоку или над ними) для выражения чисел порядка десятков тысяч — миллионов. Однако не зафиксированы прямые данные об использовании византийцами окружности, наподобие знака «тем», вместо символа М при записи таких больших чисел. Более того, существует определенное основание для сомнения по поводу применения окружности византийцами при записи чисел, поскольку такой знак был занят. Окружностью, обведенной вокруг буквы «альфа», сокращенно выражалось слово *ὁ ἅγιος*, что значит «святой». Знак Ⓐ, употребляемый в таком смысле, был широко представлен на иконах, фресках, мозаиках,

миниатюрах, сфрагистическом материале и пр. Его употребление еще и в числовом значении 10 тысяч могло привести к путанице, поэтому признать существование в византийской практике символики «тем» (10 тысяч) можно как случайное явление, расходящееся с требованием целесообразности развития письменной (и цифровой) практики. Не исключая полностью перенос знака «тем» (10 тысяч) на Русь из византийской цифровой практики, следует признать, что такая возможность менее достоверна, чем даже старославянская «модель», так как факты говорят об использовании византийцами соответствующего символа в качестве широко распространенного агиографического сокращения. Более приемлемым здесь выглядит «идейное» влияние византийской математической культуры. Идея о самостоятельном обозначении разряда тысяч и десятков тысяч представлена византийскими способами использования особого значка тысяч и символа М. Первый способ, а возможно также и второй, был известен славянам, как свидетельствуют памятники X—XI вв. Отсюда могла быть почерпнута идея о выражении чисел каждого нового разряда с помощью дополнительного знака и девяти чисел первого разряда, которая на Руси дала толчок к появлению особого обозначения десяти тысячного разряда — «тем».

На основе изложенного можно считать наиболее вероятным древнерусское происхождение особой символики десяти тысячного разряда, в связи с развитием существовавших у византийцев и южных славян терминов и способов выражения больших числовых разрядов. Менее вероятным является прямой перенос на Русь знака «тем» (10 тысяч) от византийцев или южных славян, в письменной практике которых его употребление не зафиксировано.

Знак десяти тысячного разряда является первым по величине в ряду аналогичных обозначений крупных числовых разрядов, зафиксированных в кириллице. Следующий особый символ — стотысячного разряда — представлял собой окружность из точек. В отношении этого знака отсутствуют столь разнообразные данные, как о символе десяти тысячного разряда.

Возможно, указанный знак стотысячного разряда употреблял уже Кирик Новгородец. Это соображение получает подтверждение в текстах списков (позднейших)





«Учения» Кирика. Здесь разряд сотен тысяч передается исключительно посредством указанного особого знака, а миллионы выражены с использованием термина «несведа».

Нельзя исключать, что вообще стотысячный символ впервые ввел в «научный оборот» своего времени именно Кирик, хотя строго обосновать это предположение пока невозможно.

Впервые в датированном источнике в записи числа ③Ⓢ (=580 000) символ стотысячного разряда встречается в «Хронографе» 1494 г. [7, с. 213] (рис. 19). Возможно, этот знак получил распространение значительно раньше, но кроме списков «Учения» Кирика до последнего времени подтверждений этому не было. Сейчас стал известен «цифровой алфавит» из пергаменного «Ирмология» XV в., в котором содержится обозначение стотысячного разряда, идущее после знака «тем» (10 тысяч) [8]. Следовательно, информация о начертании стотысячного разряда сохранялась и распространялась подобными «алфавитами». По особенностям содержащихся в них сведений о «кириллической» нумерации можно установить нижнюю хронологическую грань, к которой относится последнее исправление или пополнение «алфавита».

Так, в «цифровом алфавите» «Ирмология» XV в. важной графической приметой является указание знака «цы» (900), который в древнерусской цифровой практике стал употребляться, по-видимому, около 1392 г. К этому времени следует отнести хронологическую грань возможной последней доработки этого «алфавита», т. е. на его основе включение особого знака стотысячного разряда в «цифровые алфавиты» можно отодвинуть к концу XIV в.

Позволяет еще несколько удревнить указанную хронологическую грань «цифровой алфавит» «Летописца» по списку 60-х годов XVI в. (ГБЛ, ф. МДА IV, № 54, л. 76). Здесь в значении 900 указывается «юс малый», а в качестве 800 диграфа «от». Поскольку «от» (800) в древнерусской цифровой практике вошло в употребление, по-видимому, около 1292 г. и в это же время устойчиво еще употреблялся «юс малый» (900), то момент включения знака стотысячного разряда можно отодвинуть к концу XIII в.


Таким образом, рассмотренные «цифровые алфавиты» все же не позволяют установить возможность существования стотысячного знака в XII в., а значит, пока нет подтверждения об употреблении этого символа Кириком, кроме позднейших списков его «Учения». В дальнейшем, возможно, удастся найти такое подтверждение. Ведь и для знака десяти тысячного разряда оно до последнего времени не было известно, и прямые данные об его использовании не шли глубже XIV в.

Итак, нижней гранью существования на Руси знака стотысячного разряда можно считать XII в. лишь условно. Верхней гранью будет время введения следующего разрядного обозначения — единиц миллионов.

Точно датированным источником, в котором содержатся данные о «кириллических» цифрах, а также об обозначениях и наименованиях больших числовых разрядов до единиц миллионов, является «Немецко-русский разговорник» Тонни Фенне 1607 г. [7, с. 213—214]. Новый разряд здесь именуется «легиондр», ни в каком другом источнике такое название больше не зафиксировано. Обозначается разряд единиц миллионов (будем его называть для удобства просто «миллионным») в «Разговорнике» посредством окружности из пяти маленьких окружностей, как бы «разомкнутых наружу». В «Разговорнике» 1607 г. употребляется в значении 900 «юс малый». Однако только по нему нельзя заключать, что «цифровой алфавит», включенный в «Разговорник» Тонни Фенне, восходит ко времени до 1392 г., так как и после этого года «юс малый» продолжал использоваться в русской цифровой практике наряду с Ц (900).

«Разговорник» Тонни Фенне был составлен в Пскове в начале XVII в., в его основу легли местные источники (XVI, но также и XV вв. [9]). Датировку приводящегося в нем «цифрового алфавита» можно связать со временем перехода в Пскове к употреблению Ц (900) вместо «юса малого». Есть надежные данные, по которым стабильное применение Ц (900) в Пскове можно отнести ко времени не позже 1425 г. Их дают записи дат на государственных псковских печатях 1425 и 1469 гг. и печатях псковских пригородов 1447 и 1470 гг. [10]. Следовательно, употребление в Пскове «юса малого» в значении 900 относится к периоду до 1425 г., к нему же, очевидно, восходит «цифровой алфавит» из «Разговорника» Тонни

Фенне и соответственно обозначение миллионного разряда.

Известен подлинный текст «цифрового алфавита» с древнерусскими обозначениями и наименованиями сотен тысяч и миллионов, относящийся к концу XV в. [11]. Теперь на основе данных «Разговорника» 1607 г. Тонни Фенне можно заключить, что «цифровые алфавиты» с миллионным разрядом появились почти на столетие раньше. Этот вывод подтверждается данными «Синодика» конца XVI в. [12]. Здесь в «цифровом алфавите» десятки тысяч переданы сплошными окружностями, сотни тысяч выражены окружностями из точек, миллион обозначен окружностью из расходящихся лучей. Заканчивается «алфавит» фразой: «В три(т)цати легионех чисел з головы на голову III (300) тысяч. Леодр ».

Так как легион равен 100 тысячам, то 30 легионов будут равны  $30 \times 100\,000 = 3$  миллионам. Поскольку миллион это «леодр», равный тысяче тысяч, то 30 легионов будут равны 3 леодрам или 3 тысячам тысяч, а не 300 тысячам (это в 10 раз меньше требуемого). Значит, «твердо», равное 300, в данном случае может быть следом (реминисценцией) символа, обозначавшего в первоначальном тексте 3000. Таковым мог быть «глаголь» с тысячным знаком, присоединенным к углу этой графемы и идущим параллельно строке. В таком начертании позднейшие переписчики здесь видели одномачтовое «твердо», равное 300, и впоследствии заменили его на трехмачтовое: т-м.

Если такое истолкование верно, то «цифровой алфавит» из «Синодика» должен восходить к тому времени, когда употреблялся тысячный знак этой формы.

Известен еще один случай употребления графемы «твердо» Т (300) на месте 3 тысяч — в «Учении» Кирика [13]. Встречается он в записи числа 113 964, выражающего количество часов (дневных), содержащихся в 26 годах, прожитых Кириком ко времени написания трактата. Число это известно по двум спискам «Учения» — Погодинскому (XVI в., рис. 20) и Румянцевскому (XIX в.). В обоих текстах отсутствует последняя цифра (четверка), а на месте разряда единиц тысяч стоит «твердо» (300). В Погодинском списке это «твердо» трехмачтовое, а в Румянцевском — одномачтовое. В протографе «Учения» XII в. на месте «твердо» (300) должен был стоять «глаголь» с тысячным знаком (3 000).

В берестяной грамоте № 342 XIV в. полностью сохранился знак трех тысяч — с титлом, точками по бокам и, что особенно интересно, тысячным знаком в виде небольшого горизонтального отрезка с загнутым вниз концом, другой конец которого присоединен к «глаголю» в его верхней угловой точке так, что получившееся начертание напоминает букву «твердо» (Т).

Таким образом, в примере из «Синодика» и в записи числа часов (в 26 годах) в заключительной части «Учения» начертание символа трех тысяч могло избежать преобразования тысячного знака, а благодаря сходству с «твердо» было принято за эту букву.

В промежуточных списках переписчики аккуратно копировали в записи указанного числа «твердо» (300) вместо 3 000.

Итак, в XIV в. еще употреблялся тысячный знак без перечеркиваний рассмотренной архаичной формы, о чем свидетельствует берестяная грамота № 342. Значит, цифровой «алфавит» из «Синодика» может восходить к этому веку. Поскольку в нем содержится Ц (900), то целесообразнее предпочесть конец XIV в., так как об употреблении в русской цифровой практике Ц (900) раньше 1392 г. достоверных данных нет.

Суммируя сведения о времени, к которому восходят «цифровые алфавиты» «Разговорника» Тонни Фенне и «Синодика», можно заключать, что особый знак миллионного разряда стал включаться в такие «алфавиты» с конца XIV—начала XV в. Следовательно, верхняя грань введения знака сотысячного разряда, предшествующая времени появления символа единиц миллионов, должна находиться раньше этого времени. Резюмируя сказанное об особых знаках для десятков и сотен тысяч и единиц миллионов, можно предварительно заключить, что хронологически последовательное «расширение» этой системы было таким: не позже XII в. — знак десятков тысяч, XII (?) — XIV вв. — символ сотен тысяч, конец XIV — начало XV в. — особое обозначение разряда единиц миллионов.

§ 2. Следующий особый знак — десятков миллионов — фиксируется списками «цифровых алфавитов», датированными концом XVI—XVII вв. Значит, по крайней мере, в XVI в. произошло расширение системы обозначений больших числовых разрядов.










246  
 лѣтъ и писано баше бы . па . ба  
 быма . жи . ма . ка . апроу . марта  
 кв . баше бы баше быма . вѣрѣ . пра  
 зны а нли . а пѣтроу днѣ по пѣл . в  
 на . по . шыше того нѣ похоронитъ .  
 тако не чае то вышаетъ . но шего  
 лѣта . с . лѣта . м . н . н . лѣта .  
 тако боудетъ . ѿже бѣтѣ поимъ  
 бѣго сердѣмъ . до толѣ бѣлоу дѣ  
 мира ; Писа же вѣрѣ лицѣмъ нѣ  
 градѣ . а зѣ грѣшныи . ка лѣ герѣ  
 антоу вѣрѣ дѣ а нѣ . до мѣсти  
 кѣ црѣи нѣстѣ а бѣца . при црѣи грѣ  
 чѣстѣмъ вѣ а нѣ . кнѣ юже чѣсто гла  
 олю и нѣ вѣлоу . вѣ кнѣ жни жни поу  
 щинѣ нѣ вѣ городѣ . лѣ . а . а вѣ роу .  
 лѣ . а . бѣтѣ емѣ да продѣжитъ  
 лѣта . и ещѣ при а рѣи е пѣтѣ жни  
 городѣмъ . бѣго лѣи нѣи нѣтѣ .  
 а вѣ роу жни а моу городѣ соудѣ башѣ  
 лѣтѣ . кѣ . а мѣце а вѣ . тѣ . пѣ . а нѣ .  
 а . тѣ . н . н . а дѣи . а дѣи . а . ф .  
 бѣспрѣи днѣ . а чѣстоу . а . а . тѣ .  
 а . жѣ . а нѣи нѣи тѣли нѣоу жѣ ; и нѣра  
 шѣ . жѣ . кнѣи нѣи жѣ до стѣи нѣи тѣи нѣи рѣи нѣи а нѣ

Рис. 20. Фрагмент из «Учения» Кирика (1136 г.) по Погодинскому списку XVI в., содержащему запись чисел в древнерусской нумерации.

Тексты конца XVI—XVII вв. содержат «цифровые алфавиты» с обозначением разрядов до десятков миллионов («ворон») с указанием наименования следующего разряда — сотен миллионов («колода»). Обозначение сто-миллионного разряда приводится в «Азбуке» 1643 г. [7, с. 213] (см. сводную табл. 7).

Таблица 7

Сводная таблица обозначений больших числовых разрядов

Разряды	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^8$
Наимено- вания	Тьма	Несведа			Колода
		Легион Легеон	Легиодр Леодр Леодор Лиодор	Ворон Вран	
Обозначе- ния		a  	  	  как	
Вероятное время появления обозначений	Не поз- же XII в.	XII (?)— XIV вв.	Конец XIV— начало XV в.	Середине или 2-я по- ловины XVI в.	1-я поло- вина XVII в. (не позже 1643 г.)

Кроме указанных, существовали не закрепившиеся в практике попытки развивать систему больших чисел. К таким «тупиковым» вариантам можно отнести наименование десятимиллионного разряда «колесом». Как выглядел соответствующий знак, неизвестно. Наоборот, вид знака «тьма тем» известен в нескольких вариантах, но его числовое значение не совсем ясно.

Историческое развитие системы обозначения больших чисел, по-видимому, исключает какое-либо иное понимание, кроме древнерусского аспекта. Основным показателем справедливости такой трактовки является «живой»,

противоречивый, незавершенный, развивающийся характер этой системы, отраженной в источниках русского происхождения.



Имеются факты, приводящие к мнению, что рассматриваемая система обозначения больших чисел до XVI в. не была известна южным славянам. Вот эти данные [7, с. 215].

а) Не известен ни один южнославянский памятник до XVI в., содержащий такую символику.

б) Обнаруженные южнославянские «цифровые алфавиты» XVI—XVII вв. указывают на другую традицию в обозначении больших чисел, состоящую в распространении метода выражения тысяч на 5 и 6 разряды посредством придания тысячного знака всем 27 основным символам «кириллической» нумерации.

в) В XIV в., когда на Руси широко была известна символика «тем», в развитии счисления у южных славян сказывалось сильное греческое влияние в числовой лексике и символике. Так, в это время в болгарском языке славянское слово «тысяча» было навсегда вытеснено греческим термином «хиляда». В памятнике «Отломки от космографии и географии», известном в сербском списке XV в. и болгарском XVI в., приписываемом южнославянскому просветителю Константину Костенечкому (конец XIV—XV в.), употребляется для записи больших чисел греческий термин «мириада» и основные символы «кириллической» нумерации.

г) В южнославянских памятниках обведение «кириллических» цифр сплошными окружностями или окружностями из точек использовалось для выделения в тексте чисел трех первых разрядов, т. е. единиц, десятков и сотен.

д) В сербском «семитысячнике» XVI в., открытом М. Н. Сперанским, наряду с обозначением «тем», постоянно указывается сам термин; например, 80 тысяч записывалось ТГ вместо правильного нГГ или . Такое неверное сочетание неизвестно по русским памятникам. Указанная неправильность, очевидно, обусловлена тем, что при переписке русского подлинника сербский книжник для пояснения обозначения «тем» рядом с символами указал наименование соответствующего разряда, чтобы их не приняли за числа первых трех разрядов.



е) Вместо термина типа «леодр» у болгар в печатной литературе XIX в. миллион именовался словом «стотма» (видимо, от «сто» и «тма»).

Приведенные выше данные свидетельствуют, что система обозначения больших чисел является продуктом исторического развития древнерусских представлений о счете и способах выражения больших чисел. В печати распространено убеждение об общеславянском характере соответствующей символики. Например, в книге историка математики И. Я. Депмана говорится: «Для обозначения больших чисел славяне изобрели способ, который не встречается у других народов» [15]. Этот взгляд нужно признать устаревшим. Система особых обозначений больших числовых разрядов является результатом не общеславянской, а русской средневековой арифметической мысли.

А. И. Филиппов [3] констатирует как бы сплошное согласование начертаний больших числовых разрядов с религиозной символикой: от знака «тьма» (образ ореола или нимба) до «тьма тем» (шестикрылый серафим). Однако источники свидетельствуют о другом. А. И. Филиппов пропустил два разряда — «ворон» и «колоду». «Ворон» наряду с окружностью из крестиков обозначался посредством двух букв «како», которые ставились по бокам «кириллических» цифр. Знак «колода» вообще не связан с религиозной символикой, он представлял собой прямоугольные скобки, в которые заключались сверху и снизу «кириллические» цифры. Не потому ли А. И. Филиппов пропустил эти два обозначения, что они не укладывались в его схему? Соответствие знака «тьма тем» «шестикрылому серафиму» также не подтверждается. Начертание знака в подлиннике имеет слева три черточки, а справа и внизу — по четыре (рис. 21). Это исключает аналогию с шестикрылым серафимом (так как у последнего можно представить шесть, но не семь крыльев). Вероятно, А. И. Филиппова ввело в заблуждение неточное (симметричное — с тремя черточками слева и справа) изображение этого знака, приводящееся в литературе, начиная с А. Х. Востокова [16].

Таким образом, о сплошном согласовании знаков больших числовых разрядов с религиозно-мистической символикой не может быть речи. Известное согласование до третьего разряда («леодр») утрачивается, начиная со следующего знака («ворона»), что приходится на XVI в.



Следовательно, на выбор конкретной формы знаков мог повлиять средневековый теологический вкус, поддерживаемый лишь до известной поры в духе определенной церковной символики.

Такой вывод соответствует данным об особенностях теологизации средневекового мировоззрения, причем именно византийского толка, которое получило распространение на Руси.

Отрицательное значение теологического мировоззрения для математики Древней Руси состояло в том, что оно сдерживало все новое, что могло появиться в этой науке. Отсюда вывод: если такое новое все-таки появлялось, то в результате действительно жизненной потребности. Отсутствие этого нового существенно могло сказаться на состоянии и дальнейшем развитии математической культуры. Именно так обстоит дело с разработкой системы сокращенных обозначений больших чисел, без нее было бы затруднено развитие счета на абакe с использованием восковых дощечек для записи числовых данных.

Древнерусская система больших чисел с самого начала не отвечала интересам церковного мировоззрения, а фактически подрывала его. Для греческой, а также древнерусской сфрагистики, иконописи, прикладного и книжного искусства было традиционным употреблять знак **Ⓐ** в качестве сокращения слова «святой». Употребление точно такого же начертания в значении «тьма» (10 тысяч) нарушало указанную традиционность. Это шло вразрез с духом древнерусского теологического мировоззрения, одной из основных черт которого был традиционализм, особенно по отношению ко всему греческому.

Древнерусская система больших чисел, складывавшаяся под влиянием потребностей вычислительной практики, хотя с виду рядилась в одежду религиозно-культовой символики, объективно подрывала традиционализм церковно-греческих обозначений. В этом, возможно, проявляется черта диалектического мышления средневекового человека: новое, вызревая в недрах старого и обретая соответствующую форму, на практике выступало отрицанием старого.

В «Философских тетрадах» в фрагменте «К вопросу о диалектике» В. И. Ленин писал: «Философский идеализм есть *только* чепуха с точки зрения материализма

грубого, простого, метафизического. Наоборот, с точки зрения *диалектического* материализма философский идеализм есть *одностороннее* преувеличенное *überschwengliches* (Dietzgen) развитие (раздувание, распухание) одной из черточек, сторон, граней познания в абсолюте, *оторванный* от материи, от природы, обожествленный. Идеализм есть поповщина. Верно. Но идеализм философский есть («вернее», и «кроме того») *дорога* к поповщине *через один из оттенков* бесконечно сложного *познания* (диалектического) человека» [17]. На полях В. И. Ленин отметил против последней фразы: «NB сей афоризм».

На основе ленинского истолкования гносеологических корней идеализма вскрывается истинное значение концепции А. И. Филиппова. Последний отрывал вопрос о системе обозначений больших чисел «от материи и от природы», рассматривая его вне вычислительной практики. А. И. Филиппов преувеличивал, «раздувал» частичное соответствие новых цифровых знаков культовой символике, возводя в абсолюте эту черту. С точки зрения особенностей теологичности древнерусского мировоззрения, новая система как бы обеспечивала себе существование культовым нарядом. Но когда система постарела, т. е. стала традиционной, то нужда в камуфляже отпала, и новые разрядные знаки, возникшие в XVI—XVII вв., утратили соответствие религиозной символике. Это лишь раз показывает, что не религиозная мистика была движущей силой развития древнерусской системы больших чисел. Концепция А. И. Филиппова есть типичное проявление философского идеализма, ведущего к «поповщине» — выпячиванию значения религии в истории древнерусской математической мысли.

Возможно, А. И. Филиппов намеренно замалчивал неугодные ему факты, основывался на неточных данных. Его соображения — спекуляции в пользу фидеизма на трудностях изучения математических представлений Древней Руси.

К взглядам А. И. Филиппова с полным основанием подходит меткая ленинская характеристика: «А у поповщины (=философского идеализма), конечно, есть *гносеологические* корни, она не беспочвенна, она есть *пустоцвет*, бесспорно, но пустоцвет, растущий на живом дереве, живого, плодотворного, истинного, могучего, всесильного, объективного, абсолютного, человеческого познания» [17].

А. И. Филиппов извратил существо вопроса о происхождении древнерусских обозначений больших числовых разрядов. Его концепция служит примером того, что философский идеализм есть пустоцвет на живом дереве человеческого познания. В этом состоит важное идеологическое значение философского осмысления истории древнерусских математических представлений. Оно показывает, что попытки обосновать провиденциальность происхождения математического знания обречены на неудачу.

Черты национального своеобразия древнерусской арифметической культуры, проявившиеся в разработке оригинальной системы больших чисел, получают правильную оценку при выяснении того, чем обусловлено их функциональное назначение. Связь указанных черт с имеющимися фактами достаточно полно устанавливается при условии употребления на Руси абака с использованием щеры. В этом случае разработка древнерусской системы больших чисел выступает как необходимый акт, обеспечивающий развитие вычислительной практики.

Какое значение имела арифметическая культура для развития древнерусского общественного мышления, проявившегося в историко-литературном процессе? Для ответа на этот вопрос надо учесть исследования о развитии грамматической категории имени числительного.

Академик В. В. Виноградов выделяет в качестве существенного обстоятельства влияние математизации мышления на складывание грамматической структуры русского языка через категорию имен числительных. Относительно того, чем и как практически управлялся этот процесс, интересное наблюдение имеется у советского лингвиста А. Е. Супруна о связи между выделением числительных в особую часть речи и употреблением нашими предками «кириллической» нумерации [18].

Поскольку математизация мышления как средство формирования структурных особенностей русского языка является научной реальностью, то изолирование от этого фактора (математизации мышления) материальных носителей языковой культуры — литературных произведений — было бы неверно. Очевидно, чем больше мы будем знать об особенностях древнерусской математической культуры, тем лучше познаем творчество не только средневековых «профессиональных» математиков, но и интеллекту-

ально-литературную деятельность в целом. Математические знания были ее частью и оказывали на нее определенное влияние. Возможно, формирование и развитие древнерусских математических представлений происходило где-то рядом с осознанием общественно-исторических процессов, отраженных в сохранившихся литературных памятниках, и, наоборот, это осознание формировалось в связи с усвоением и уяснением математических знаний.

§ 3. В соответствии с поставленным вопросом о значении арифметического творчества в древнерусском историко-литературном процессе интерес представляет сочинение Кирика Новгородца «Учение им же ведати человеку числа всех лет», написанное в 1136 г.

Специалистам по древнерусской истории известно имя Кирика, оставившего заметный след в литературе XII в. Была сделана попытка дать художественный образ этого средневекового ученого.

Литературный портрет Кирика был написан более полувека назад Н. В. Степановым в научной работе по хронологии, поэтому он малоизвестен широким кругам. Реконструкция облика нашего просвещенного предка проведена Н. В. Степановым на основе имеющихся о нем данных, исторической обстановки в Новгороде, причем с учетом астрономических примет того времени. Литературно-художественный фрагмент, посвященный Кирику, интересен еще и тем, что он приурочен к событиям совершенно определенного дня Новгородской истории — 19 июля 1136 г., когда новгородцы на смену прежнего князя, которого они прогнали, ждали приезда нового. Итак, вот что писал Н. В. Степанов об этом.

«В тот день утром, к приезду князя, на восточной стороне горизонта было солнце, а на западной стороне неба виднелась белесоватая луна 19-ночного возраста. День, вероятно, был ясный. Настроение жителей было приподнятое. Они выгоняли Всеволода и дожидались приезда нового князя Святослава. Вероятно, готовилась торжественная встреча с крестным ходом, на встречу вышли монахи Антониева монастыря, этой только что построенной святыни Новгорода (построен около 6624 года). Во главе монастырского хора стоял domestik Кирик, худой, строгого и болезненного вида монах («худ бо есмь и болен», говорит он про себя в «Вопрошании Нифонту»).

Несмотря на свои 26 лет, он много занимался, читал и писал. Он только что писал и может быть еще не дописал свою статью «Учение им же ведати человеку числа всех лет» (написано в 6644 году, в статье проставлены года Кирика). Голова его непрерывно занята. Он полон мыслями. Стоять праздно в ожидании князя он не может. Кирик наблюдает, думает, фантазирует. Видит ясное небо, на нем солнце и убывающая 19-ночная луна. Картина была замечательная! Оба светила присутствовали на торжестве встречи; еще замечательнее, что 19-е число книжного месяца приходилось в 19-й день небесного месяца.

Как отказать себе в удовольствии и, возвратясь к себе в келью, под влиянием пережитого не написать всего им наблюденного: описать положение солнца над горизонтом, выразив его по личным его, Кирика, соображениям в часах, отметить число ночей, прожитых луной, а, кстати, чтобы вылить наружу полноту своих ощущений, как не пристегнуть сюда и «августовских каланд», которые он тоже знал!

Он это и сделал. Благодаря любезному указанию академика А. А. Шахматова, я знаю, что запись этого года и некоторых других ближайших годов этой летописи сделал именно Кирик. . .» [19].

Кроме «Учения», по данным Н. Н. Дурново, Кирику принадлежат упомянутые «Вопрошания», представляющие собой перечень вопросов на религиозную тему с ответами на них церковных иерархов. «Вопрошания» Кирика были составлены в период 1130—1156 гг. [20].

Мнение А. А. Шахматова, о котором пишет Н. В. Степанов, о принадлежности Кирику нескольких летописных статей в «Новгородской летописи» разделяет и Н. Н. Дурново.

Кроме того, вслед за Н. В. Степановым, Н. Н. Дурново допускает, что Кирик в середине XII в. отредактировал текст перевода греческого произведения «Летописец вскоре» патриарха Никифора, что не подтверждается, как показали изыскания советского историка Я. Н. Шапова и др.

Написанные Кириком или приписываемые ему сочинения, кроме «Учения», относятся к хорошо изученным образцам древнерусского литературного творчества церковного и историко-историографического содержания. Совсем

инного характера «Учение». Аналога этому трактату ни в древнерусской, ни в византийской, ни в южнославянской литературе не имеется. «Учение» Кирика не принадлежит ни к одному из изучаемых в истории древнерусской литературы жанров. Это средневековый научный трактат, посвященный применению знаний по церковной хронологии и средневековой вычислительной математике. Как производил свои вычисления Кирик, доходя в них до чисел порядка десятков миллионов, он не объясняет. В этом и нужды не было, если свои подсчеты он делал на привычном тогда всем древнерусском абаке.

Хронологическо-математическое существо «Учения» Кирика неоднократно и подробно изучалось [21]. Однако в стороне оставался один существенный вопрос — о первоначальном облике произведения. Дело в том, что сохранилось несколько списков «Учения». Все они поздние. Кроме того, они различны по объему. Какой же список соответствует протографу XII в.? Обычно исследователи в качестве такового принимали самый древний и самый объемистый текст — Погодинский список XVI в. Но в соответствии с целью настоящего исследования важно установить, каким «Учение» было по замыслу Кирика Новгородца. Ниже изложены результаты соответствующего текстологического анализа [22].

Еще в 1828 г. митрополит Евгений высказал предположение, что заключительная часть сочинения Кирика, возможно, несколько видоизменена переписчиками [23].

Здесь новгородский владыка Нифонт упомянут в качестве архиепископа. Митрополит Евгений посчитал это ошибкой. Он исходил из существовавшего мнения, что новгородская кафедра стала архиепископской лишь в 1165 г., поэтому Евгений указание на архиепископский сан Нифонта рассматривал как результат позднейшего исправления текста «Учения», полагая, что в протографе 1136 г. Нифонт именовался епископом.

В одной подлинной надписи 1148/49 г. Нифонт также именуется архиепископом. Новые сфрагистические данные, исследованные В. Л. Яниным, показывают, что в 1165 г., по-видимому, не было коренного преобразования новгородской епископии в архиепископию, так как новгородская кафедра знает архиепископов до 1165 г. и епископов после 1165 г. [24]. В этой связи возникает необходимость пересмотреть указанное мнение Евгения.



Очевидно, архиепископом называл Нифонта сам Кирик, а не позднейший переписчик.

Замечание Евгения о редакции первоначального текста «Учения», неверное по существу, сохраняет определенное историческое значение. Если имеющиеся списки этого произведения различаются между собой по содержанию, то, значит, оно подвергалось редактированию. Первоначальный текст «Учения» был сокращен или дополнен.

Кроме упомянутого Погодинского списка XVI в., известны еще два — Мазуринский XVIII в. и Румянцевский начала XIX в.

С целью уяснения композиционного построения «Учения» Кирика Новгородца проанализируем состав произведения по самому объемистому Погодинскому списку [25] в сопоставлении с двумя другими текстами — Мазуринским и Румянцевским списками.

Произведение Кирика начинается без авторского вступления. Материал разбит на небольшие разделы (будем их называть пунктами или параграфами) размером от 4 до 18 строк; они занумерованы, номера (в древнерусской нумерации) вынесены на поля листов.

В первых пяти параграфах речь идет о том, сколько прошло времени в различных единицах от «сотворения мира» до момента написания трактата, а именно: 1) в годах, 2) в месяцах, 3) в неделях, 4) в днях, 5) в часах. Каждый параграф содержит цифровой материал, связанный с числом 6644, как количеством лет, которое прошло за указанный период. Это число точно датирует написание первых пяти пунктов 1136 годом. Пятый параграф завершается сентенцией, смысл которой таков: «Ведь понемногу создается город и делается большим, так и знание понемногу растет».

В следующих пунктах говорится о теоретических основах календарных вычислений: об индикте (§6), о солнечном (§7) и лунном «кругах» (§8), о тысячелетиях (§9), о так называемых обновлениях неба (§10), земли (§11), моря (§12), воды (§13), о високосных годах (§14), о «великом круге» (§15). В каждом параграфе материал связан с датой 6644 г., которая или указывается явно или может быть получена в результате вычислений, что точно относит написание §§6—15 к 1136 г. н. э.

В идущих далее трех пунктах приводится материал о числе месяцев (§ 16), недель (§ 17) и дней (§ 18) в году с учетом високосных дней. Числовой материал этих параграфов никак не связан с датой 6644 г., поэтому их написание, в отличие от предыдущих параграфов, не может быть приурочено точно к 1136 г.

Затем говорится о количестве часов в году (§ 19) и дне (§ 20). Следующие параграфы (21—27) посвящены так называемым дробным делениям часа. В § 19—27 не содержится данных, которые можно связать с датой 6644 г., следовательно, нельзя относить их написание, как и предыдущих трех, точно к 1136 г.

К § 27 примыкает, не имея самостоятельного номера, заключительный текст, в котором автор трактата указывает свое имя, год написания сочинения, ряд хронологических сведений и биографических данных о себе.

Первые пять параграфов Погодинского списка можно выделить в качестве раздела, обладающего чертами самостоятельной части, так же как последующий материал. Об этом говорят следующие данные.

1. Все пять параграфов связаны между собой общей темой — о единицах счета времени (год, месяц, неделя, день, час), причем применительно к одному периоду — от «сотворения мира» до момента написания сочинения.

2. Завершаются первые пять параграфов сентенцией, не имеющей прямого отношения к материалу о единицах счета времени, но как бы отделяющей их своеобразной словесной виньеткой от последующего материала.

3. Содержание следующих параграфов, начиная с шестого, связано с теорией календаря, т. е. с другой темой, чем первые пять пунктов. Оно посвящено таким понятиям, как индикт (15-летний период), «солнечный круг» (28-летний период), «лунный круг» (19-летний период), «великий круг» (цикл в 532 года) и др.

4. В названии § 6 употребляется слово «учение», как и в начальном (первом) пункте, чем как бы устанавливается равноправие заголовка отдельной части трактата и его самого. В остальных случаях применяются синонимы и соответствующие по смыслу обороты речи, но больше ни разу в заголовках не встречается слово «учение». Такая редкость объяснима, например, если автор начал изложение нового самостоятельного раздела, но за-

тем объединил вместе написанные разделы, сохранив название первого в качестве общего заголовка.

5. Мазуринский список «Учения» Кирика Новгородца содержит только первые пять параграфов (без заключительной сентенции).

Сопоставляя все эти данные, можно сделать вывод, что состав Мазуринского списка неслучаен. Если бы он обрывался, например, §4, а не заканчивался § 5, было бы ясно, что материал о единицах счета времени неполон. Если бы в Мазуринский список был включен § 6, он дисгармонировал бы с пятью первыми, казался бы лишним.

Все пять первых параграфов содержатся в качестве начального раздела также в Румянцевском списке.

По содержанию, подразделению на пункты материал о единицах счета времени во всех трех списках «Учения» идентичен, за исключением несущественных отличий.

На основании изложенного можно, очевидно, заключить, что раздел о единицах счета времени (§ 1—5) входил в состав протографа «Учения» Кирика Новгородца.

Текст, начиная с § 6-го, посвященный вопросам теории календаря, распадается на две неравные части, большая (§ 6—15), состоящая из десяти параграфов, непосредственно связана с датой 1136 г., а меньшая — следующие три параграфа (16—18) никак с ней не связана. О принадлежности или непринадлежности к протографу 1136 г., следовательно, есть сомнения только в отношении трех параграфов: 16—18. Причем то, что они по своему материалу не основаны на данных 1136 г., не может быть решающим аргументом против их принадлежности протографу.

Есть ли какие-нибудь основания для отнесения этих трех параграфов к составу протографа «Учения»? Как будто их дает Румянцевский список, в который входит полностью материал как § 1—5, так и § 6—18. Поскольку Румянцевский список не обрывается на § 15, последнем из точно датируемых 1136 г., а включает в свой состав и §16—18, можно предположить, что они завершали раздел о теоретических основах календаря в протографе «Учения» Кирика Новгородца.

Материал § 19—27 Погодинского списка в другие списки «Учения» не входит. Начинается § 19 заголовком: «А се часы поведает[т]». Такая начальная конструкция (А се...) встречается в Погодинском списке еще только

однажды — в заголовке § 6, которым начинается раздел о теоретических основах календаря: «А се оучение о индиктѣ». Не говорит ли это о том, что раздел о дробных делениях часа следует начинать с § 19, а не с § 21, как принято в научной литературе?

Содержание § 19—21 о числе часов в году и дне несколько расходится с традицией предыдущих пунктов, где данные рассматриваются последовательно для всех единиц счета времени — года, месяца, недели, дня и часа. Переход от года сразу ко дню в разделе о дробных делениях часа уместен, так как в последующем изложении основной единицей измерения времени выступает день, и материал о всех более крупных единицах оказался бы лишним.

Это соображение, а также то, что Румянцевский список завершается § 18, а в § 19 употребляется конструкция, известная раньше только в заголовке самостоятельной части («А се...»), дает возможность полагать, что текст о часах, основное содержание которого посвящено дробным делениям часа, начинается § 19, а не § 21.

Кроме того, следует учесть, что сведения, приводимые в § 20 о количестве часов в одном дне, уже сообщались раньше (§ 5). Если относить § 20 ко второму разделу — об основах календарных расчетов, то непонятно, зачем потребовалось говорить о том же вторично. Однако если к третьему разделу о дробных делениях часа подойти как к независимому сочинению, то сообщение в нем этих данных выглядит вполне естественно. Значит, и последнее соображение говорит в пользу того, что новый раздел надо начинать не с § 21, а с ему предшествующих двух параграфов вводного характера.

Вопрос об отношении раздела «О дробных делениях часа» к протографу является более сложным, чем других разделов Погодинского списка. Уже предыдущее замечание о повторном сообщении в этом разделе некоторых данных, очевидно входящих в протограф, наводит на размышление о его независимости от последнего.

Таким образом, единственным аргументом для отнесения третьего раздела — о дробных делениях часа — в состав протографа «Учения» Кирика является включение соответствующего материала в Погодинский список. Никакой связи с датой 1136 г., какая имеется в § 1—15, в материале этого раздела нет.

Заключительный текст Погодинского списка, примыкающий к § 27, тождествен заключительным словам Румянцевского списка. Здесь говорится о том, что трактат написан в 6644 г. (1136 г.), сообщается, сколько лет осталось до начала седьмого тысячелетия, указываются год индикта, солнечного и лунного «кругов», отмечается, что 6644 г. — високосный, затем приводятся сведения из церковной хронологии: о пасхе и других религиозных праздниках. Далее излагаются сведения об авторе: где живет, какое имеет имя, род занятий, возраст и т. д.

Материал заключительного текста связан с содержанием первых двух разделов (§ 1—18). Приводя обычные в датировочных приписках сведения, Кирик их использует для иллюстрации приложимости тех фактов и понятий, которые содержатся в указанных разделах. Так, материал первого раздела о единицах счета времени пятикратно варьируется в связи с указанием возраста Кирика — отдельно в годах, месяцах, неделях, днях и часах. Сведения, сообщенные в различных параграфах раздела о теоретических вопросах календаря, суммируются в связи с датой написания произведения. Знаменательно, что в заключительном тексте нет никаких следов его связи с материалом раздела о дробных делениях часа.

Достаточно обоснованным, думается, будет вывод о наличии заключительного текста в составе протографа. Здесь содержится точная дата написания трактата, имя автора. Важно также то, что своим содержанием заключительные слова связаны с разделами (§ 1—18), которые уже были отнесены к протографу.

На основе проведенного анализа в Погодинском списке можно выделить следующие разделы.

I. О единицах счета времени (§ 1—5).

II. О теоретических основах календаря (§ 6—18).

III. О дробных делениях часа (§ 19—27).

Заключительный текст (Заключение).

На основе изучения содержания Погодинского списка можно составить определенное представление о его структуре. Благодаря заключительному тексту I и II его разделы как бы объединяются композиционно в единое целое, из которого выпадает III раздел. В свою очередь, III раздел — о дробных делениях часа — никаких видимых связей с остальным текстом не имеет. Более того,

в нем повторяется материал, сообщавшийся в первой части без указания, что он приводился раньше (рис. 22).

Складывается мнение, что III раздел писался вне связи с остальными частями «Учения». Такое впечатление усиливается следующим наблюдением. Во II разделе (§ 17) приводились данные о количестве недель в году, которые сообщались также в I разделе (§ 3), при этом специально в тексте § 17 оговаривалось, что сведения излагаются повторно («паки», т. е. опять): «Се паки

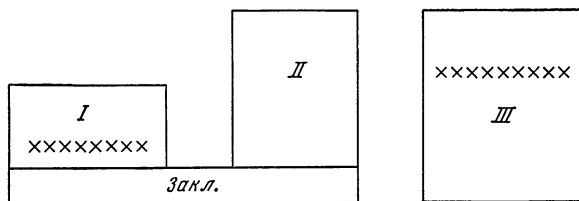


Рис. 22. Схематическая связь между частями «Учения». Штриховкой показаны повторяющиеся в I и III разделах сведения о числе часов в одном дне

иявляе[т] коли[ко] н[еде]ль в лѣтѣ». В III разделе отсутствует подобное указание при повторном изложении, что понятно, если к разделу о дробном делении часа подходить как к самостоятельному произведению, написанному независимо от остального материала Погодинского списка «Учения». В таком случае сведения, которые относительно этого материала были повторными, в самостоятельном произведении выступали первоначальными, поэтому и не могло быть ссылки о том, что они приводятся вторично.

Однако самостоятельность и независимость III раздела от остального содержания «Учения» не может еще служить основанием для окончательного вывода о том, что он был написан не Кириком и не в XII в. Для этого необходимы дополнительные исследования, но уже сейчас можно довольно определенно установить, какие разделы списков «Учения» вероятнее всего входили в состав протографа (см. табл. 8).

При решении вопроса о соответствии между списками «Учения» и его протографом следует учитывать языковые особенности раздела о дробных делениях часа по сравнению с остальными разделами Погодинского списка. Со-

Таблица 8

Соотношение между предполагаемым протографом и списками «Учения»

Протограф	Погодинский список	Мазуринский список	Румянцевский список
<div>I</div>	<div>I</div>	<div>I</div>	<div>I</div>
<div>II</div> + <div>?</div>	<div>II</div>		<div>II</div>
<div>Закл.</div>	<div>III</div>		<div>Закл.</div>
	<div>Закл.</div>		

ветский филолог Валерий Васильевич Иванов, изучавший язык Погодинского списка «Учения», отмечает стилистическое различие между дополнительной и остальными разделами текста. Например, в тексте раздела о дробных делениях часа употребляются личные формы глаголов настоящего времени, в остальных разделах предпочтение отдается безличным оборотам. Если из Погодинского списка удалить дополнительный раздел, то оставшийся текст будет соответствовать Румянцевскому списку «Учения».

Таким образом, композиционное построение «Учения» свидетельствует, что протографу в наибольшей степени отвечает Румянцевский список.

Текстологическое исследование «Учения» Кирика приводит к необходимости пересмотреть как бесспорное существующее мнение о неизменности, стабильности содержания (состава) произведения в том виде, как оно представлено Погодинским списком. Относительно дополнения «Учения» Кирика материалом «О дробных делениях часа», содержащимся в этом списке, можно высказать такие соображения.

а) Либо дополнительный материал принадлежал перу Кирика, но в состав «Учения» был внесен после написания трактата, в который по первоначальному замыслу не должен был входить. Он мог быть включен самим Кириком в «Учение», которое уже существовало как самостоятельное произведение. Следовательно, такая перера-

ботанная редакция «Учения» могла появиться в XII в., но после 1136 г. Не исключено, что дополнительный текст был вставлен в «Учение» не Кириком, а каким-то другим лицом, объединившим в одном трактате два сочинения, которые, как он знал, принадлежат одному автору. Это могло произойти, вероятно, в XII—XIII вв. при жизни или сразу после смерти Кирика Новгородца или спустя некоторое время, пока не стерлась еще память об авторстве произведений.

б) Либо дополнительный материал, включенный в «Учение», не принадлежал Кирику. В таком случае новый текст, очевидно, мог быть присоединен не им самим, а каким-то позднейшим составителем, вероятно, после кончины Кирика, т. е. скорее всего в период XIII—XVI вв.

в) Либо дополнительный материал принадлежал Кирику, но был присоединен к «Учению» лишь в XIV—XVI вв. Допустимо, что фрагмент о дробных делениях часа является дополнением к основному тексту «Учения» и может рассматриваться независимо от него в качестве самостоятельного произведения.

§ 4. Что нового дает текстологическое изучение текста «Учения» Кирика Новгородца для истории математической мысли Древней Руси? В результате анализа обстоятельств, связанных с процессом литературного оформления первоначального варианта «Учения», оно предстает в качестве образца логически замкнутого произведения, обладающего чертами цельности и завершенности.

По реконструкции протографа «Учения» Кирика Новгородца хорошо прослеживается, что это сочинение мыслилось не как простой перечень сведений по хронологии, полученных на основе математических вычислений, а как упорядоченное изложение хронологического материала в соответствии с определенными литературными приемами. Кирик Новгородец объединяет в два самостоятельных раздела данные о единицах счета времени и о теоретических основах календаря. Эффект законченности трактата достигается посредством заключительного раздела, в котором в краткой форме воспроизводятся сведения первых двух. Такое построение напоминает композицию инструментальных или симфонических произведений, в которых каждая часть отличается законченностью, а в заключительной части подчеркивается общее един-



ство произведения посредством повторения музыкальных тем всех частей. Композиционное построение современных монографических исследований имеет сходную структуру. Отдельные аспекты проблемы освещаются в самостоятельных главах, а в заключении монографии подводятся общие итоги исследования.

Трактат Кирика, хорошо известный и ценимый специалистами по истории математики, хронологии и астрономии, оставался малознакомым широкой общественности и даже исследователям древнерусской литературы. Попытка текстологического осмысления произведения позволяет предположить, что оно обладало не только хронологическими-математическими, но и литературными достоинствами. Первоначальный вариант этого трактата (если он правильно реконструирован) может рассматриваться в качестве образца древнейшего, точно датированного оригинального произведения со светской основой содержания, свидетельствующего о существовании определенных литературных норм и требований к композиционному построению «научных трудов» в Древней Руси.

Для чего предназначался средневековый научный трактат Кирика Новгородца?

В 26 лет Кирик имел невысокий сан дьякона, занимая хлопотную должность монастырского регента. Обладая незаурядными способностями и специальными знаниями, он мог попытаться изменить свое положение в лучшую сторону. Из текста «Учения» видно, что предназначал Кирик свое сочинение для неких «промузгов», «числолюбцев и риторов». Употребление этих терминов наводит на мысль об обращении Кирика к профессиональным математикам. Однако нельзя исключать, что Кирик имел в виду церковных иерархов.

Слово «числолюбец» он мог употреблять в значении «образованный человек, понимающий ценность математических занятий, покровительствующий таким занятиям», а не в значении «специалист по числам, т. е. математик». Можно для сравнения указать слово «книголюб», которое употребляется в значении «любитель и собиратель книг», а не как профессиональное название работников полиграфического производства.

Более соответствует первому толкованию и сочетание «числолюбцы и риторы» при понимании последнего слова в смысле «ораторы, проповедники, словесники». Следует

иметь в виду, что священнослужители высокого ранга были проповедниками, выступали с проповедями, поэтому они были «риторами» — ораторами и словесниками, знавшими церковную литературу.

Если Кирик адресовал свое сочинение не профессиональным математикам, а имел в виду «мудрых» церковников, от которых зависела его судьба, то он должен был сознавать их недостаточную математическую образованность, несмотря на «числолюбие». Этим можно объяснить, почему в его трактате именно элементарные положения разъясняются подробно, тогда как ряд сложных вопросов, которые могли заинтересовать математиков, остаются как бы в тени.

Складывается впечатление, что Кирик был озабочен стремлением показать себя знающим специалистом в области церковной хронологии, причем показать так, чтобы при этом не превысить уровня знаний предполагаемых «оппонентов». Главное, чего мог опасаться Кирик, это неточности приводимых данных, излишней перегруженности сведениями, композиционной рыхлости, «нехудожественной» сухости. Всего этого ему удалось избежать.

Известным подтверждением «диссертационного» (а не учебного, например) характера «Учения» является наблюдение В. В. Иванова над стилем памятника. Как отмечалось выше, в тех его частях, которые бесспорно входили в протограф, предпочтение отдается безличным оборотам. В дополнительных статьях по Погодинскому списку произведения употребляются личные формы глаголов настоящего времени: «разумѣти велю», «азъ повѣдаю» и пр. Странно, пожалуй, было бы видеть такого рода обороты речи в сочинении, предназначенном для оценки архиереем учености дьякона. Но как раз такой стиль и не присущ частям трактата Кирика, заведомо входящим в протограф.

Скорее всего, произведение Кирика служило практической цели доказательства квалификации в области ведения церковного календаря, а не было результатом занятий на досуге, который автор отдавал платоническому «числолюбию».

В чем заключается значение «Учения» Кирика для характеристики состояния литературного процесса в первой половине XII в.? В это время письменное слово ценилось всеми слоями населения. О широком распростра-

нении грамотности свидетельствуют надписи мастеров на художественных и ремесленных изделиях, граффити строителей на стенах храмов, приписки в рукописях их переписчиков, наконец — берестяные грамоты. Все это, так сказать, повышало требования к официальной литературе, обращенной к широким слоям населения, заставляло принимать меры к тому, чтобы заложенные в них концепции достигали цели.

Такие важные произведения первой половины XII в., как «Повесть временных лет», «Хождение Даниила», «Сказание о Борисе и Глебе», «Поучение Владимира Мономаха» — памятники древнерусской общественной мысли, использовавшиеся светскими и духовными властями в политической борьбе, содержат бесценные исторические сведения, бытовые зарисовки из прошлого нашей и других стран. Они написаны ярко и талантливо.

Для XI в. (второй его половины) можно указать те же типы письменных памятников: надписи на предметах, граффити, приписки в рукописях, берестяные грамоты (конец XI в.), церковно-литературные произведения, предназначенные для широкого круга. Поэтому встает вопрос, посредством каких сдвигов в профессиональном мастерстве писателей осуществлялся прогресс литературного творчества от XI к XII в.? Благодаря чему повышалось воздействие на человека написанного слова, которое заставляло бы его верить и следовать написанному? Вопрос о критериях повышения психологического воздействия литературы очень сложен. Для рассматриваемого периода XI—XII вв. его невозможно решить без знания особенностей психологии мышления человека Древней Руси, что, в свою очередь, является не менее сложной проблемой.

В указанных направлениях ведется работа историками и литературоведами. Становится ясно, что работа, например, по составлению летописных сводов требовала умения логически правильно систематизировать материал, упорядочивать его хронологически и тематически, выдерживать единую линию развития по отдельным летописным статьям, для групп статей и всего свода в целом.

На каком-то этапе развития литературного творчества эти умения могли быть осознаны в качестве элементов логического построения произведения. В этом отношении «Учение» Кирика представляет особый интерес как сочи-

нение, в котором выпукло представлены систематичность и полнота, упорядоченность и единство логики изложения отдельных частей и всего произведения.

Реализуются в «Учении» эти принципы следующим образом. Все части трактата Кирика имеют четко определенное содержание. В первой части, содержащей единицы, употреблявшиеся в церковной хронологии (год, месяц, неделя, день, час), обеспечивается достаточная полнота счета времени. Здесь выдерживается принцип упорядоченности: каждая последующая единица времени меньше предыдущей и составляет ее определенную часть. Вторая часть содержит в необходимой полноте понятия, используемые для ведения церковного календаря. В заключительной части сообщается, что трактат написан в 6644 г. (1136 г.) Кириком, при этом перечисляются всевозможные связанные с этим годом и автором календарные и исторические сведения. А именно: сколько лет осталось до седьмого тысячелетия, каков индикт 6644 г., сколько прошло солнечных, лунных и великих «кругов» и какие идут года соответствующих текущих «кругов», сообщается, что 6644 г. — високосный, а также, на какой день в нем приходится Пасха, Благовещение и Петров день. Указывается, где писалось сочинение (в Новгороде), кем (сообщаются данные о служебном положении Кирика), при каких правителях — византийском (царь Иоанн), русских — светском (Новгородский князь Святослав Ольгович, с указанием его возраста и года правления) и духовном (Новгородский архиепископ Нифонт). Затем приводится возраст Кирика — в годах, месяцах, неделях, днях и часах. Полнота хронологических примет, характеризующих время написания трактата Кириком, доведена как бы до предела. Приводящиеся в заключительной части в сжатом виде сведения из первых двух частей показывают определенную практическую применимость этих данных.

Таким образом, первые две части «Учения» имеют теоретическое назначение, а заключительная часть — прикладное. В целом трактат Кирика производит впечатление законченности и полноты охвата темы об использовании данных о единицах времени и церковном календаре для ведения хронологии. Это достигается за счет четкого композиционного построения произведения, которому предшествовало внимательное упорядочение

материала по его содержанию: выделение и приведение в систему данных о единицах счета времени и отдельно — сведений о теоретических основах календаря, затем суммирование этой информации применительно к задачам хронологической практики.

Если ход подготовительной работы Кирика над сочинением по хронологии был типичным для древнерусского мыслителя первой половины XII в., то для составления летописных сводов и при написании других сочинений проделывалась аналогичная работа. Возможно, названные выше прошедшие проверку временем древнерусские произведения имели и сохранили смысловую и художественную силу благодаря тому, что их авторы предварительно проделывали большую работу в отношении осмысления логичности композиционного построения. Однако благодаря литературно-художественному характеру большинства древнерусских произведений эта сторона творчества представлена, так сказать, в неявном виде и может только предполагаться в большей (летописание) или меньшей степени как необходимый этап работы.

Значение «Учения» Кирика для истории древнерусской литературы состоит в том, что в нем эта скрытая в других произведениях сторона творчества представлена в явном виде. Поэтому 1136 г. можно считать своеобразной вехой, до которой предположительно, а после которой бесспорно древнерусскому литературному творчеству было присуще или доступно предварительное изучение материала в плане его логической упорядоченности и полноты.

Сочинение Кирика — особого характера по форме, назначению и предмету изложения. Более всего оно соответствует жанру современной научно-популярной литературы. Видимо, в качестве постановки вопроса можно высказаться о необходимости при анализе процесса развития древнерусской литературы охватывать ее всесторонне, учитывая и указанный жанр, представленный «Учением» Кирика Новгородца [26].

Итог изложения данных об облике древнерусской арифметической культуры X—первой половины XIII в. сводится к следующему.

Арифметические знания на Руси в домонгольский период предстают в виде своеобразной пирамиды, состоящей из трех этажей или уровней. Нижний образуют нумерационные навыки, средний — вычислительная практика, высший — творческие интересы. Знания способов записи чисел в архаичной (кириллической) системе нумерации использовали многие слои общества: ремесленники, зодчие, переписчики книг, духовенство, чиновники, «профессиональные» вычислители и пр. Обучение цифровой символике велось параллельно с обучением письму, основными учебными пособиями служили особые «цифровые алфавиты», подобные буквенным.

Что дает нового реконструкция процесса становления и развития нумерационных представлений в Древней Руси? Новым важным выводом является возможность существования «цифрового языка» в X в., в дохристианский период.

В качестве общего вывода изучения кириллической системы нумерации можно констатировать, что одно из распространеннейших мнений об искусственном происхождении цифровой системы кириллицы, как якобы составленной из букв этого письма по греческому образцу, не подтверждается и поэтому должно быть отвергнуто. В действительности цифровые системы, представленные как в южнославянской, так и древнерусской кириллице, исторически складывались на основе практики применения славянами византийской нумерации.

Из приведенного анализа также следует важность одного факта, которому не придавалось должного значения. Несмотря на то что и раньше были известны случаи рас-

хождений в нумерационных системах у южных и восточных славян, считалось как бы бесспорным, что они употребляют единую цифровую систему. Речь должна идти о двух самостоятельных вариантах нумерации, имеющих общую основу, но развивающихся по-разному, в зависимости от конкретных исторических условий, причем через всю историю обоих вариантов прослеживается притяжение двух различных «полюсов». Для южнославянской цифровой системы кириллицы таким «полюсом притяжения» является глаголическая цифровая практика, а для древнерусской — византийская.

Формирование древнерусской нумерации удовлетворяло требованию оптимизации в отношении сближения византийской нумерации с кириллическим письмом с сохранением близости к греческому оригиналу. Цифровой византийский «язык» на русской почве изменялся, но не настолько, чтобы не была понятна греческая математическая «речь». Это было важно для обеспечения поступления и усвоения математической информации из Византии.

На цифровом фундаменте основывались знания о производстве вычислительных операций с использованием наглядно-инструментального приспособления типа абака. Эти сведения были достоянием более узкого круга лиц — хронологов, чиновников административно-хозяйственного аппарата: волостелей, тиунов и др. Однако имеются косвенные данные, что в XII—XIV вв. счетными навыками владели более широкие слои, чем могло показаться на первый взгляд. Об этом говорит широкое употребление знака для обозначения десяти тысячного разряда, который, вероятно, возник в связи с нуждами вычислительной практики. Например, этот символ (A («тьма» — 10 тысяч) применяется в качестве средства выражения обычной речи, как сокращенное обозначение слова «темнота». Чтобы такое обозначение употреблялось в церковной литературе, к которой обращались, так сказать, широкие круги церковников и просто грамотных людей, это обозначение должно было быть достаточно обычным для древнерусского просвещенного человека. Об его общности также говорят случаи употребления в XII—XIV вв. десяти тысячного разряда в математическом качестве в источниках нематематического характера: в заголовках, летописях, тайнописи и пр. В текстах южнославянского

происхождения, а также переводных греческих хронографических сочинениях, где встречались числа порядка десятков и сотен тысяч, применялась комбинированная форма записи: архаичная цифра в сопровождении слова «тьма». Особый знак десяти тысячного разряда здесь не встречается (до XVI в.).

Факт «обычности» знака десяти тысячного разряда в письменной практике разъясняется на основе особенностей вычислительной техники с использованием вощечек. Применяя особые обозначения для больших числовых разрядов, можно уместить на восковой поверхности чер числа порядка сотен тысяч и десятков миллионов. Если вычисления производили на абаке, а промежуточные записи делали на вощечке, то с учетом небольших размеров последних и значительной величины чисел, которыми оперировали в Древней Руси уже на стадии обучения, символика десяти тысячного разряда должна была иметь почти такую же известность, как 27 основных знаков нумерации.

Можно представить в следующем виде древнерусского вычислителя за работой. Его инструментами были: маленький мешочек с вишневыми и сливовыми косточками, дощечка для писания по воску («цера») и «писало» — металлическая или костяная палочка, имевшая с одной стороны заострение, а с другой — лопаточку. Исходные числа, с которыми нужно было произвести вычисления, он заносил писалом на восковую поверхность церы. Отсутствие стола или скамейки его не смущало. В случае нужды древнерусский вычислитель выбирал ровный участок земли и проводил на нем писалом несколько вертикальных линий, разбивая счетное поле на колонки. В колонках он сперва раскладывал плодовые косточки в соответствии с числовой записью на цере, а затем по определенным правилам перемещал их. Получив искомый числовой результат, он переносил на церу соответствующее число. Так он поступал до тех пор, пока не исчерпывались исходные данные. Закончив вычисления, счетчик собирал косточки и складывал их в мешочек — до следующего раза.

Потребности нумерационного и вычислительного уровней приводили к развитию особого («творческого») аспекта древнерусской математики. Эта область знания была связана с деятельностью средневековых математиков-



«профессионалов». Ими разрабатывались способы выражения больших чисел с целью оптимизации и унификации их записи, велась научно-литературная и научно-педагогическая работа.

В принципе, каждый, кто знал древнерусскую нумерацию и умел считать на абакe, мог научить этому и других. Но не каждый из тех, кто владел основами средневековой арифметики, мог взяться за составление сборника упражнений для обучения на абакe, подобного дополнительным статьям-задачам «Русской Правды». Среди людей, владевших арифметическими навыками, были специалисты, имевшие интерес к арифметике. Тем не менее нет оснований для вывода о том, что на Руси была особая категория средневековых профессионалов, которые только и занимались, что вычислительной деятельностью. По-видимому, основы арифметики преподавали те же учителя, которые обучали чтению и письму. Церы, используемые при вычислениях, применялись и для обучения грамоте.

Знание математики не было для Кирика источником существования, а лишь средством, с помощью которого он рассчитывал доказать свое право заниматься церковной хронологией. Поэтому об арифметическом «профессионализме» на Руси можно говорить условно, ставя соответствующее определение в кавычки. Он существовал не в «чистом» виде, а как дополнительный аспект деятельности людей, имевших какую-то основную специальность.

«Творческий» уровень — это все то, что есть оригинального, нового, отличного от непосредственного византийского и южнославянского влияния в области арифметического знания. Непосредственными участниками арифметического «творчества» были все математически грамотные люди, а не особая прослойка математиков-профессионалов, которой на Руси, по-видимому, не было. Древнерусское арифметическое творчество было проявлением общественной мысли. Новое как элемент знания постепенно кристаллизовалось в результате неоднократных и одинаково направленных сдвигов в процессе усвоения и передачи арифметических знаний. Новое появлялось не вдруг, а как закономерный итог естественного хода развития арифметической культуры.

Примером служит разработка древнерусской системы больших чисел. «Творческий» процесс здесь длился не-

сколько веков, поэтому не мог быть результатом деятельности одного человека. В процессе расширения состава знаков чей-то индивидуальный вклад, бесспорно, был наиболее весомым. Так, возможно, обозначение стотысячного разряда было введено Кириком Новгородцем (XII в.). Однако закрепление в составе системы именно этого знака обуславливалось не личностным вкладом. Чтобы утвердился в жизни элемент нового арифметического знания, должно было осуществиться стечение благоприятных обстоятельств. Основную роль играла потребность в развитии арифметики, но также важное значение имело следование духу традиционализма в соответствии с средневековым теологическим мировоззрением. Знак стотысячного разряда способствовал развитию вычислительной техники, так как позволял записать больше чисел на восковой поверхности церы [1]. По виду новый знак — окружность из точек (100 тысяч) — соответствовал уже употреблявшемуся — сплошная окружность (10 тысяч). Может быть, здесь известную роль играло также то, что оба они соответствовали агиографической символике, напоминая нимб или ореол.

В силу специфики средневекового арифметического «творчества», особое значение приобретают косвенные проявления творческого потенциала в области древнерусской арифметической культуры.

Например, бросается в глаза методическая продуманность задач для обучения вычислениям на абаке («Русская Правда»). Группа простейших упражнений связана с основными средневековыми операциями на абаке: откладыванием на нем числовых данных, выполнением действий удвоения, раздвоения и простейших комбинаций с использованием сложения. Более сложные упражнения предполагают рассмотрение аналогичных операций не в постоянном, как в предыдущем случае, а переменном значении колонок абак. Для получения окончательного результата надо было мысленно уменьшать «стоимостное» значение колонок в 10 или 100 раз: десятки (или сотни) «прочитывать» как единицы и т. д. Указанное наблюдение свидетельствует о высокой культуре методико-математического мышления составителей задач, которое как бы остается за пределами результативной стороны арифметики. Складывается впечатление, что, не будь отрицательного отношения к категории «новое», обусловленного

средневековым теологическим мировоззрением, и древнерусская арифметическая литература могла бы оказаться значительно богаче оригинальными результатами.

Это убеждение усиливается при рассмотрении хронологического-математического «Учения» Кирика Новгородца (1136 г.). По первому впечатлению глубокое уважение вызывает легкость и точность, с которой Кирик оперирует с числами порядка нескольких десятков миллионов. При обучении вычислениям на абаке числа достигали нескольких сотен тысяч, как об этом говорят сохранившиеся упражнения из «Русской Правды». Поэтому нет ничего удивительного, что зрелый мастер-вычислитель, каким был Кирик, пользуясь абаком, мог производить арифметические операции с огромными числами. Сочинение Кирика свидетельствует также о математической культуре автора, которая проявилась не только в конкретных результатах, но и в четкой логике композиционного построения произведения, полноте и упорядоченности излагаемого хронологического материала.

Потенциал, накопленный древнерусской математикой в домонгольское время, должен был сказаться положительно в тяжелые времена, наступившие в результате татаро-монгольского завоевания. С середины XIII в. прекратились традиционные культурные отношения с южными славянами и Византией.

Чем можно объяснить, что к концу XIII—началу XIV в. несмотря на указанную изоляцию и огромные невзгоды, обрушившиеся на страну, древнерусская цифровая культура не пришла в упадок? Именно к этому времени завершилось формирование оригинального древнерусского варианта византийской нумерации с кириллическими знаками «от» (800) и «юсом малым» на месте сходных по начертанию греческих «омеги» (800) и «сампи» (900). Этот факт можно объяснить проявлением созидательного начала, заложенного в древнерусской арифметической культуре и содержащегося в ней как бы подспудно. Настали тяжелые времена и заработал творческий потенциал, накопленный предшествующим развитием древнерусской арифметической культуры.

В XIV—XV вв. в период южнославянского влияния в нашей стране большое распространение получила южнославянская литература, что имело немаловажные последствия для истории русского языка и культуры. Однако этот

процесс был не односторонним, а обоюдным. Определенная сумма знаний шла от нас к южным славянам. Обмен, надо думать, соответствовал принципу целесообразности. К южным славянам шла информация, которая у них отсутствовала.

В указанной связи знаменательным является перенос к южным славянам восточнославянской арифметической информации. Об этом свидетельствует «счетная» тайнопись. Древнейший южнославянский пример конца XIV—начала XV в. говорит о том, что в качестве тайнописного ключа была использована древнерусская арифметическая таблица «раздвоения — удвоения». Этот случай показывает, что общий уровень арифметических знаний на Руси в указанный период был выше, чем у южных славян. Несмотря на общий культурный спад, которым объясняется факт самого существования упомянутого южнославянского влияния, арифметическая культура на Руси была достаточно высокой. Это можно объяснить высокой потенциальной силой арифметики, достигнутой на Руси еще в домонгольский период.

В этой книге рассмотрена часть древнерусских математических представлений — данные об арифметической культуре домонгольского времени. В стороне остались знания по практической математике ремесленников, зодчих, разметчиков земельных площадей и др. Эта математика представлена в строительстве древнерусских сооружений, метрологии, учете расходуемого сырья при отливке платяных серебряных слитков и т. д.

Связь между арифметическими знаниями и математической культурой Древней Руси в целом состоит в том, что первые обеспечивали жизнеспособность всей древнерусской математике.

Но эта тема уже другой книги.

## К введению

1. История культуры Древней Руси, т. II. М., 1951, с. 220.
2. *Бушик Л. П.* Иллюстрированная история СССР. XV—XVII вв. М., 1971, с. 125.
3. *Мацеевский В. А.* Очерк истории письменности и просвещения славянских народов до XIV в. — «Чтения в имп. Обществе истории и древностей российских» (ЧОИДР), № 2. М., 1846, с. 69.
4. *Мордовцев Д. Л.* О русских школьных книгах XVII в. — ЧОИДР, кн. 4. М., 1861, с. 79 и др.
5. *Бобынин В. В.* Состояние математических знаний в России до XVI в. — «Журнал Министерства народного просвещения», ч. 232, апрель, Спб., 1884, с. 185.
6. *Зубов В. П.* К вопросу о характере древнерусской математики. — «Успехи математических наук», т. 7, 3 (49). М., 1952, с. 83—96; *Зубов В. П.* Вопрос о «неделимых» и бесконечном в литературном памятнике XV в. — «Историко-математические исследования», вып. III. М., 1950, с. 407—430; *Юшкевич А. П.* История математики в России до 1917 г. М., 1968, с. 20—22, 49—50.
7. *Ленин В. И.* Полное собрание сочинений, т. 29.
8. *Маркс К. и Энгельс Ф.* Сочинения, т. 20, с. 369.
9. *Булатов М. С.* Архитектурная наука Востока — наука математическая. — «Труды XIII Международного конгресса по истории науки», секции III, IV. М., 1974, с. 130—131.
10. *Есенов Ш. Е., Касымжанов А. Х.* Проблема классификации наук у ал-Фараби. — «Труды XIII Международного конгресса по истории науки», секции III, IV. М., 1974, с. 181.
11. *Беликов Б. Д.* К вопросу о генезисе математики с точки зрения иерархии шкал измерения. — «Наука и техника (вопросы истории и теории)», вып. VIII, ч. 2. Л., 1973, с. 11.
12. *Симонов Р. А.* О методологии изучения математики Древней Руси. — «Советская археология», 1970, № 3, с. 254—257; *Симонов Р. А.* Нерешенные задачи изучения древнерусской математики. — «Труды XVI научной конференции аспирантов и мл. научных сотрудников Института истории естествознания и техники АН СССР. Секция истории математики и механики». М., 1973, с. 29—34.
13. *Спасский И. Г.* Происхождение и история русских счетов. — «Историко-математические исследования», вып. V. М., 1952, с. 269—420.
14. *Рыбаков Б. А.* Архитектурная математика древнерусских зодчих. — «Советская археология», 1957, № 1, с. 83—112.
15. *Сотникова М. П.* Из истории древнерусской практической арифметики XII—XIV вв. — «Сообщения Государственного Эрмитажа», вып. XXIII. Л., 1962, с. 53—55.

1. *Марчевский М. Н.* Как люди научились считать. Харьков, 1923, с. 28.
2. *Бернал Д.* Наука в истории общества. М., 1956, с. 74.
3. *Вайман А. А.* Протопшумерские системы мер и счета. — «Труды XIII Международного конгресса по истории науки», секции III, IV. М., 1974, с. 11.
4. *Кобищанов Ю. М.* «Полюдь» в Тропической Африке (к вопросу о формах отчуждения прибавочного продукта в раннефеодальных обществах). — «Народы Азии и Африки», 1972, № 4, с. 65—78; Итоги и задачи изучения истории древнейших государств нашей страны (Коллективная статья сектора истории древнейших государств на территории СССР Института истории СССР АН СССР). — «История СССР», 1974, № 2, с. 72.
5. *Beševliev V.* Die Protobulgarischen Inschriften. Berlin, 1963.
6. *Лавров П. А.* Материалы по возникновению древнейшей славянской письменности. — «Труды славянской комиссии», т. I. Л., 1930, с. 162.
7. *Мирчев К.* Историческа граматика на българския език. София, 1963, с. 27.
8. *Златарски В.* История на българската държава през средните векове, с. I, ч. 2. София, 1971, с. 259—261.
9. *Гошев Ив.* Старобългарски глаголически и кирилски надписи от IX и X в. София, 1971, с. 113—122.
10. *Гошев Ив.* Указ. соч., с. 47—55, 130—132; *Симонов Р. А.* О некоторых особенностях нумерации, употреблявшейся в кириллице. — «Источниковедение и история русского языка». М., 1964, с. 16—17, 26.
11. *Симонов Р. А.* Византийская нумерация в эпиграфике Первого Болгарского царства и начало славянской письменности. — «Советская археология», 1973, № 1, с. 71—82.
12. *Рыбаков Б. А.* Русская эпиграфика X—XIV вв. (Состояние возможности, задачи). — «История, фольклор, искусство славянских народов. Доклады советской делегации. V Международный съезд славистов». М., 1963, с. 57.
13. *Кузьмин А. Г.* Индикты начальной летописи. — В сб.: «Славяне и Русь». М., 1968, с. 308.
14. *Каштанов С. М.* О процедуре заключения договоров между Византией и Русью в X в. — В сб.: «Феодальная Россия во всемирно-историческом процессе». М., 1972, с. 209—215.
15. *Авдусин Д. А.* Гнездовская корчага. — В сб.: «Древние славяне и их соседи». М., 1970, с. 110.
16. *Симонов Р. А.* Письменные материалы VIII—XI вв. как источники изучения математической культуры славян. — «История и методология естественных наук», вып. XIV. М., 1973, с. 175.
17. *Штерн Э. Р.* «Graffiti» на античных южнорусских сосудах. — «Записки Одесского общества истории и древностей», т. XX. Одесса, 1897, с. 189.
18. *Янин В. Л.* Древнейшая русская печать X в. — «Краткие сообщения Института истории материальной культуры», 1955, вып. 57, с. 39—46.
19. *Янин В. Л.* Актовые печати Древней Руси X—XV вв., т. I. М., 1970.

20. Молчанов А. А. К вопросу о художественных особенностях и портретности изображений на древнейших русских монетах. — «Вестник МГУ», история, 1973, № 3, с. 72—86.
21. Дурново Н. Н. Введение в историю русского языка. М., 1969.
22. Симонов Р. А. Древнерусские математические знания и их значение для исторической науки. Докт. дис. М., 1973.
23. Симонов Р. А. О глаголическом влиянии на графику кириллического «зело». — «Проблемы палеографии и кодикологии в СССР». М., 1974, с. 72—76.
24. Симонов Р. А. О происхождении и историческом развитии цифровой системы, употреблявшейся в древнерусской кириллице. — «История и методология естественных наук», вып. XI. М., 1971, с. 138—151.
25. Арциховский А. В., Борковский В. И. Новгородские грамоты на бересте (из раскопок 1953—1954 гг.). М., 1958.
26. Арциховский А. В., Борковский В. И. Новгородские грамоты на бересте (из раскопок 1956—1957 гг.). М., 1963, с. 115.
27. Арциховский А. В. Новгородские грамоты на бересте (из раскопок 1958—1961 гг.). М., 1963.
28. Симонов Р. А. Древнерусское обозначение десятка тысяч в рукописи XII в. — «XIII Международный конгресс по истории науки. Материалы по истории физико-математических наук». М., 1971, с. 44.
29. Янин В. Л. Я послал тебе бересту ... М., 1965.
30. Колчин Б. А. Новгородские древности. Резное дерево. — «Свод археологических источников», вып. Е1-55. М., 1971, с. 18—19.
31. Каждан А. П. Книга и писатель Византии. М., 1973, с. 7—8.
32. Евангелие апостол. 3-я четв. XIII в. Государственная публичная библиотека им. М. Е. Салтыкова-Щедрина (Ленинград) (ГПБ), Гильф. 16, л. 223 об.
33. Ирмологий, XV в.; ГПБ, Соф. 487, л. 1 об.; Симонов Р. А. Древнерусский цифровой перечень в пергаменной рукописи XV в. — «Проблемы истории математики и механики», вып. 1. М., 1972, с. 45—46.
34. Симонов Р. А. Текст XV в. с наименованиями числовых рядов. — В сб.: «Востоочнославянские языки. Источники для их изучения». М., 1973, с. 273—278.

## К главе II

1. Кузаков В. К. Естественнонаучные представления на Руси (X—XV вв.). — «Вопросы истории», 1974, № 1, с. 127—128.
2. Демман И. Я. История арифметики. М., 1965, с. 79—88.
3. Спасский И. Г. Происхождение и история русских счетов. — «Историко-математические исследования», вып. V. М., 1952, с. 269—420.
4. Боголюбов А. Н., Дядиченко В. А., Швецов К. И. Математика на Украине, в Белоруссии и Литве в XIV—XVII вв. — В кн.: «История отечественной математики», т. 1. Киев, 1966, с. 85—103.
5. «Правда Русская», под ред. акад. Б. Д. Грекова. Т. I, тексты. М., 1950, с. 352—354, 377—380; т. III, факсимильное воспроизведение текстов. 1963, с. 401—406, 444—450.
6. Рыбаков Б. А. Просвещение. — В кн.: «Очерки русской культуры XIII—XV вв.», ч. 2. Духовная культура. М., 1970, с. 180.

7. Бауер Н. П. Денежный счет Русской Правды. — В кн.: «Вспомогательные исторические дисциплины». М.—Л., 1937.
8. Янин В. Л. Деньги и денежные системы. В кн.: «Очерки русской культуры XIII—XV вв.», ч. 1. Материальная культура. М., 1970, с. 325—327.
9. Гнеденко Б. В. Очерки по истории математики в России. М.—Л., 1946, с. 19—20; Юшкевич А. П. О некоторых статьях «Правды Русской». — «Труды Института истории естествознания АН СССР», т. II. М., 1948, с. 564—566.
10. Симонов Р. А. Древнерусские математические знания и их значение для исторической науки. Докт. дис. М., 1973.
11. Прозоровский Д. И. Монета и вес в России до конца XVIII в. СПб., 1865, с. 214—216; Бауер Н. П. Денежный счет Русской Правды, с. 201.
12. Симонов Р. А. Приносят на Христо Ботев в областта на обучението по аритметика. — «Известия на педагогическия институт. Българска академия на науките», кн. XVIII, София, 1965, с. 265—279.
13. Радзивилловская или Кенигсбергская летопись. 1. Фотомеханическое воспроизведение рукописи. СПб., 1902, л. 228 (верхняя пагинация).
14. Симонов Р. А. Текст XV в. с наименованиями числовых разрядов. — В сб.: «Восточнославянские языки. Источники для их изучения». М., 1973, с. 273—275.
15. Симонов Р. А. О проблеме наглядно-инструментального счета в средневековой Руси. — «Советская археология», 1975, № 3, с. 82—93.
16. Костић Драгутин. Тајно писанје у јужнословенским ћириловским споменицима. — «Глас Српске Краљевске Академије», т. XCII, други разред, 54. Београд, 1913, с. 31.
17. Симонов Р. А. Реконструкция по тайнописям XIV в. древнерусского математического документа. — «История и методология естественных наук», вып. XVI. М., 1974, с. 183—190.
18. Симонов Р. А. Употребление «юса малого» в значении I тысячи в тайнописи XVII в. — «Записки отдела рукописей ГБЛ», т. 35. М., 1974, с. 122—127.

### К главе III

1. Лихачев Д. С. Развитие русской литературы X—XVII вв. Эпоха и стили. Л., 1973, с. 6.
2. Каждан А. П. Византийская культура. М., 1968, с. 107—108.
3. Филиппов А. [И.]. Великий счет (очерк истории математики). Одесса, 1922, с. 15.
4. Чистяков И. И. Числовые суеверия. М.—Л., 1927, с. 37.
5. Seidenberg A. The Ritual Origin of Counting. — «Archive for History of Exact Sciences», 2, № 1. 1962, p. 1—40.
6. Симонов Р. А. О числе  $\pi$  в славянском «Шестодневе» X в. — «Математика в школе», № 1. 1973, с. 87—88.
7. Симонов Р. А. Русская средневековая система больших чисел. — «История и методология естественных наук», вып. IX, М., 1970.
8. Симонов Р. А. Древнерусский цифровой перечень в пергаменной рукописи XV в. — «Проблемы истории математики и механики», вып. 1. М., 1972, с. 45—46.



9. Хорошкевич А. Л. Быт и культура русского города по словарю Тонни Фенне 1607 г. — В сб.: «Новое о прошлом нашей страны». М., 1967, с. 201, 215—216.
10. Янин В. Л. Вислые печати Пскова. — «Советская археология», № 3. 1960, с. 237—261.
11. Симонов Р. А. Текст XV в. с наименованиями числовых разрядов. — В сб.: «Восточнославянские языки. Источники для их изучения». М., 1973, с. 273—278.
12. Симонов Р. А. Ошибочная числовая запись как датировочная примета. — «Советские архивы», № 3. 1974, с. 83—85.
13. Симонов Р. А. Берестяная грамота № 342 разъясняет темное место у Кирика Новгородца. — «Советская археология», № 2. 1973, с. 83—87.
14. Симонов Р. А. «Великое число» в русской арифметической рукописи XVI в. из собрания проф. И. К. Андропова. — «Вопросы истории физико-математических наук. Материалы Всесоюзной научной конференции по истории физико-математических наук». Тамбов, 1971, с. 6—7.
15. Денман И. Я. История арифметики. М., 1965, с. 57.
16. Выписки из книг Софийской новгородской библиотеки. ГБЛ, ф. 256, № 249, л. 258/259; Востоков А. Х. Описание русских и словенских рукописей Румянцевского музеума. Спб., 1842, с. 353.
17. Ленин В. И. Полное собрание сочинений, т. 29, с. 322.
18. Виноградов В. В. Русский язык (грамматическое учение о слове). М., 1972, с. 233—235; Супрун А. Е. Имя числительное и его изучение в школе. М., 1964, с. 22.
19. Степанов Н. В. Единицы счета времени (до XIII в.) по Лаврентьевской и I Новгородской летописям. — «Чтения в Обществе истории и древностей российских», 1909, кн. 4, с. 38.
20. Дурново Н. Н. Введение в историю русского языка. М., 1968, с. 119.
21. Юшкевич А. П. История математики в России до 1917 г. М., 1968, с. 17—20.
22. Симонов Р. А. О композиционной структуре «Учения» Кирика Новгородца (1136 г.) — «Историко-математические исследования», вып. XVIII. М., 1973, с. 264—277; Иванов В. В. Замечания по поводу языковых особенностей сочинения Кирика Новгородца о числах и счете (1136 г.). — Там же, с. 278—279.
23. Е[вгений]. Сведение о Кирике, предлагавшем вопросы Нифонту, епископу Новгородскому. — «Труды и летописи Общества истории и древностей российских». М., 1828, ч. 4, кн. 1, с. 129, примечание.
24. Янин В. Л. Актовые печати Древней Руси X—XV вв., т. 1. М., 1970, с. 56.
25. Кирик Новгородец. Учение им же ведати человеку числа всех лет. — «Историко-математические исследования», вып. VI. 1953, с. 174—191.
26. Симонов Р. А. Кирик Новгородец. — «Русская речь», № 1, 1976, с. 100—105.

#### К заключению

1. Симонов Р. А. О связи древнерусских обозначений больших чисел с вычислительной практикой. — «Проблемы истории математики и механики», вып. 2. М., 1975, с. 83—89.

Введение . . . . .	3
Глава I. Древнерусские цифры . . . . .	9
Глава II. Древнерусская вычислительная практика . . . . .	44
Глава III. Арифметическая творческая мысль . . . . .	75
Заключение . . . . .	109
Литература . . . . .	116

**Рэм Александрович Симонов**

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МЫСЛЬ ДРЕВНЕЙ РУСИ**

Утверждено к печати редколлегией серии  
научно-популярных изданий Академии наук СССР

Редактор издательства Е. М. Кляус

Художник Б. Е. Захаров

Художественный редактор Ю. П. Трапаков

Технический редактор Н. Н. Плохова

Корректоры М. С. Бочарова, Н. М. Вселюбская

Сдано в набор 13/VII 1976 г. Подписано к печати 31/XII 1976 г.

Формат 84×108<sup>1/2</sup>. Бумага типографская № 2.

Усл. печ. л. 6,3. Уч.-изд. л. 6,5. Тираж 50 000. Т-21655. Тип. зак. 1397.

Цена 40 коп.

Издательство «Наука»

103717 ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., д. 21

1-я типография издательства «Наука»

199034, Ленинград, В-34, 9 линия, д. 12

40 коп.



**ИЗДАТЕЛЬСТВО  
«НАУКА»  
ГОТОВИТСЯ К ПЕЧАТИ  
КНИГА:**

**Естественнонаучные представления Древней Руси.**  
Сборник статей. 10 л. 65 к.

Какими были математические и другие естественнонаучные знания на Руси в XI—XVII веках? Это во многом еще остается тайной, которую хранят древнерусские тексты. Однако значительное число этих документов ученым уже удалось прочесть и правильно истолковать. В сборнике статей, написанных специалистами и историками, рассказывается о развитии на Руси того времени научных знаний в области математики, астрономии, биологии, прикладной химии и других наук.

Книга рассчитана на широкий круг читателей.

Заказы просим направлять по одному из перечисленных адресов магазинов «Книга — почтой» «Академкнига»:

480091 Алма-Ата, 91, ул. Фурманова, 91/97; 370005 Баку, 5, ул. Джапаридзе, 13; 734001 Душанбе, проспект Ленина, 95; 252030 Киев, ул. Пирогова, 4; 443002 Куйбышев, проспект Ленина, 2; 197110 Ленинград, П-110, Петрозаводская ул. 7-а; 117464 Москва, В-464, Мичуринский проспект, 12; 630090 Новосибирск, 90, Морской проспект, 22; 620151 Свердловск, ул. Мамина-Сибиряка, 137; 700029 Ташкент, Л-29, ул. К. Маркса, 28; 450074 Уфа, проспект Октября, 129; 720001 Фрунзе, бульвар Дзержинского, 42; 310003 Харьков, Уфимский пер., 4/6.

**ИЗДАТЕЛЬСТВО НАУКА**